

## Βιωματικό Εργαστήριο 3: Εστιάζοντας σε Θέματα Γνωστικής Πρόκλησης και Διαφοροποίησης κατά την Παρατήρηση Διδασκαλίας

Χαράλαμπος Γ. Χαραλάμπους  
Πανεπιστήμιο Κύπρου

Έλενα Χριστοφίδου  
Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

### Επικεντρώνοντας την Προσοχή μας σε Θέματα Γνωστικής Ενεργοποίησης και Διαφοροποίησης: Σημεία Εστίασης

#### A) Φάση της Επιλογής και Παρουσίασης του Έργου

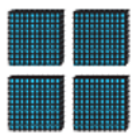


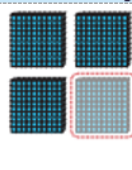
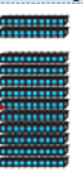

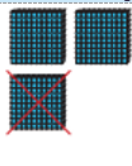


**1. Το επιλεγθέν έργο περιλαμβάνει μαθηματική πρόκληση**

*(Σημείωση: Ένα μάθημα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα από ένα έργα. Ανάμεσα στα έργα αυτά μπορεί να συγκαταλέγονται και μη απαιτητικά έργα, τα οποία όμως είναι σημαντικά για τη μάθηση των παιδιών.)*

**A) Μαθηματική πρόκληση μέσω της διασύνδεσης μαθηματικών διαδικασιών με το μαθηματικό τους νόημα:**

Τα έργα αυτά επικεντρώνουν την προσοχή των μαθητών/τριών στη χρήση διαδικασιών που έχουν στενές διασυνδέσεις με τις μαθηματικές ιδέες. Οι μαθητές πρέπει να αλληλεπιδράσουν με τις έννοιες/ιδέες που διέπουν τις διαδικασίες για να ολοκληρώσουν με επιτυχία το έργο. Τέτοια έργα συνήθως παρουσιάζονται με πολλαπλούς τρόπους (π.χ., διαγράμματα, υλικό, σύμβολα, προβληματικές καταστάσεις) και απαιτείται από τα παιδιά να διασυνδέσουν διαφορετικές αναπαραστάσεις μεταξύ τους (π.χ., εικονικό-συμβολικό). Τέτοιες διασυνδέσεις βοηθούν στην ανάπτυξη εννοιολογικής κατανόησης.

Η Θάλεια εργάστηκε με κύβους Dienes, όπως φαίνεται πιο κάτω, για να υπολογίσει τη διαφορά  $429-175$ . Τι έκανε;

	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	E	Δ	M
<b>Βήμα 1</b>				4	2	9
				-		
				1	7	5
<b>Βήμα 2</b>				3	12	9
				-		
				1	7	5
<b>Βήμα 3</b>				3	12	9
				-		
				1	7	5
				2	5	4

Πηγή: MOEC, 2013, Cyprus, New Mathematics Curriculum, Grade 3, Unit 7, p.83, [http://archeia.moec.gov.cy/sd/5/meros\\_4\\_enotites\\_6\\_7.pdf](http://archeia.moec.gov.cy/sd/5/meros_4_enotites_6_7.pdf)



Χρηματοδοτείται από το πρόγραμμα ERASMUS+ της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Το πρόγραμμα “Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)” χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα έκδοση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.

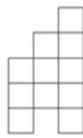
## Β) Μαθηματική πρόκληση μέσω της εμπλοκής των μαθητών/τριών με μαθηματικά προβλήματα

Τα έργα αυτά προϋποθέτουν πολύπλοκη και μη αλγοριθμική σκέψη. Κατά την επίλυσή τους δεν υπάρχει μια προβλέψιμη, καλά δοκιμασμένη προσέγγιση ή μέθοδος που να προτείνεται από το έργο, τις οδηγίες του, ή από ένα δοσμένο παράδειγμα (π.χ., διερευνήσεις/εξερευνήσεις). Συνήθως απαιτούν από τα παιδιά να παρέχουν επεξηγήσεις και να παρουσιάσουν τον συλλογισμό τους, ενώ σε αρκετές περιπτώσεις επιδέχονται πολλαπλές λύσεις ή προσεγγίσεις επίλυσης.

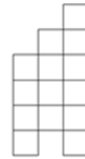


### Φτιάχνοντας ... Καρέκλες

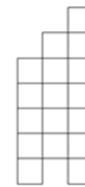
Ο Χριστόφορος παίζει με τα LEGO του και φτιάχνει "καρέκλες" διαφορετικών μεγεθών, όπως φαίνεται στο πιο κάτω σχήμα.



Μέγεθος 2



Μέγεθος 3



Μέγεθος 4

(α) Ποια μορφή θα έχει η καρέκλα **Μεγέθους 5**; Πόσα κυβάκια θα χρειαστεί για να την φτιάξει;

(β) Ποια μορφή θα έχει η καρέκλα **Μεγέθους 6**; Πόσα κυβάκια θα χρειαστεί για να την φτιάξει;

(γ) Ποια μορφή θα έχει η καρέκλα **Μεγέθους 1**; Πόσα κυβάκια θα χρειαστεί για να την φτιάξει;

(δ) Ποια μορφή θα έχει η καρέκλα **Μεγέθους 100**; Πόσα κυβάκια θα χρειαστεί για να την φτιάξει;

**2. Κατά την παρουσίαση του έργου ο/η εκπαιδευτικός βοηθά τα παιδιά να καταλάβουν τα μαθηματικά και μη μαθηματικά στοιχεία του προβλήματος χωρίς να κάνει τη σκέψη για τα παιδιά**

- ✓ Δίνεται επαρκής χρόνος στα παιδιά να διαβάσουν και να κατανοήσουν το έργο
- ✓ Ζητείται από τα παιδιά να διαβάσουν το έργο και να κυκλώσουν σημαντικές πληροφορίες
- ✓ Ζητείται από τα παιδιά να δουλέψουν σε ζευγάρια και να εξηγήσουν το ένα στο άλλο τι τους ζητά το πρόβλημα (ο/η εκπαιδευτικός περιφέρεται και ακούει)
- ✓ Επεξηγούνται δύσκολες μαθηματικές έννοιες/λέξεις του μη μαθηματικού περιεχομένου του έργου που μπορεί να παρεμποδίζουν την κατανόηση των παιδιών χωρίς να κλέβει ο/η εκπαιδευτικός τη σκέψη των παιδιών
- ✓ Υποβάλλονται ερωτήσεις ανοιχτού τύπου για να υποβοηθηθούν τα παιδιά να ξεκινήσουν να σκέφτονται για το έργο
- ✓ Υποβάλλονται ερωτήσεις για να ενεργοποιηθεί η σχετική προϋπάρχουσα γνώση των παιδιών



## Β) Φάση της Αυτόνομης Εργασίας των Μαθητών/Μαθητριών

<p><b>3. Τα παιδιά εμπλέκονται σε διαδικασίες μαθηματικού συλλογισμού</b></p>	<p><b>Διαδικασίες μαθηματικού συλλογισμού:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Επεξηγούν και τεκμηριώνουν τον συλλογισμό τους</li> <li>- Διασυνδέουν αναπαραστάσεις</li> <li>- Εντοπίζουν και επεκτείνουν μοτίβα</li> <li>- Αναπτύσσουν γενικεύσεις με βάση την εργασία/τις παρατηρήσεις τους</li> <li>- Διατυπώνουν και ελέγχουν υποθέσεις</li> <li>- Προτείνουν παραδείγματα και αντιπαραδείγματα</li> <li>- Σκέφτονται το μαθηματικό νόημα συγκεκριμένων διαδικασιών</li> <li>- Προτείνουν και ελέγχουν διαφορετικές πορείες για την επίλυση προβλημάτων</li> </ul>														
<p><b>4. Αξιοποιούνται ενεργοποιητές για παιδιά τα οποία έχουν δυσκολίες</b></p>	<p><b>Τι είναι;</b> Τροποποιημένα έργα ή στηρίγματα που μπορούν να «ενεργοποιήσουν» τη σκέψη των παιδιών. Παρέχουν επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση για εργασία στο βασικό έργο και δίνονται μόνο σε όσα παιδιά τα χρειάζονται.</p> <p><b>Τι δεν είναι;</b> Δεν είναι υποβαθμισμένες εκδοχές του βασικού έργου αλλά ούτε και δίνουν έτοιμες λύσεις</p> <p><b>Ιδέες για ενεργοποιητές:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Απλοποιώ το σχήμα</li> <li>• Βάζω απλούστερους ή λιγότερους αριθμούς</li> <li>• Βάζω λιγότερα βήματα</li> <li>• Δίνονται και χρησιμοποιούνται μέσα και υλικά</li> <li>• Αφαιρώ κάποιους περιορισμούς</li> <li>• Οργανώνονται τα βήματα σε πίνακα για να υποβοηθηθούν τα παιδιά να δουν μοτίβα</li> </ul> <p><b>Παράδειγμα ενεργοποιητή:</b></p> <p>Για να παρατηρήσετε ένα μοτίβο ανάμεσα στο μέγεθος της καρέκλας και τον αριθμό των πλακιδίων που χρειάζονται κάθε φορά, ίσως είναι χρήσιμο να οργανώσετε αυτές τις πληροφορίες σε έναν πίνακα .....</p> <p>Συμπληρώστε τον παρακάτω πίνακα χρησιμοποιώντας τις πληροφορίες που έχετε συλλέξει μέχρι τώρα.</p> <table border="1" data-bbox="573 1375 1287 1707"> <thead> <tr> <th>Μέγεθος Καρέκλας</th> <th>Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Μέγεθος Καρέκλας	Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται	1		2	11	3		4		5		6	
Μέγεθος Καρέκλας	Αριθμός των πλακιδίων που χρειάζονται														
1															
2	11														
3															
4															
5															
6															



**5. Αξιοποιούνται επεκτάσεις για τα παιδιά που τελειώνουν πιο γρήγορα**

**Τι είναι;** Τροποποιημένα έργα που επεκτείνουν τη μαθηματική πρόκληση με το να δίνουν την ευκαιρία στα παιδιά που έχουν ήδη τελειώσει με το βασικό έργο να ασχοληθούν σε άλλα σχετικά μετασχηματιστικά επί του ίδιου περιεχομένου.

**Τι δεν είναι;** Οι επεκτάσεις δεν είναι απλά περισσότερη δουλειά.

**Ιδέες για επεκτάσεις:**

- Ζητώ έναν άλλο τρόπο σκέψης και λύσης
- Ζητώ από τα παιδιά να συγκρίνουν δύο ή περισσότερους τρόπους λύσης
- Ζητώ γενίκευση ή επέκταση ενός μοτίβου
- Προσθέτω περιορισμούς ή αφαιρώ περιορισμούς
- Προσθέτω ερωτήσεις (π.χ., τι θα συνέβαινε αν..., γιατί..., πόσες λύσεις έχει..., πού ξέρω ότι τις βρήκα όλες...;)
- Αντίστροφη σκέψη

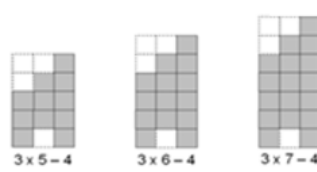
**Παραδείγματα επεκτάσεων:**

- Παράδειγμα Α:

Σε ποιο 'Μέγεθος Καρέκλας' θα χρειαστούν 230 τετράγωνα πλακίδια; Να εξηγήσετε πώς το βρήκατε.

- Παράδειγμα Β:

Συγκρίνετε τους δύο πιο κάτω τρόπους επίλυσης του προβλήματος. Πού διαφέρουν; Ποιον θα προτιμούσατε και γιατί;



Για να βρω τον κανόνα φαντάστηκα ότι τα σχέδια των καρεκλών είναι μέρος του μεγάλου ορθογωνίου, και μετά αφάιρεσα τέσσερα πλακίδια.



Για να βρω τον κανόνα χώρισα τα σχέδια σε τρία μέρη, όπως φαίνεται δίπλα.



## Γ) Φάση της Παρουσίασης/Συζήτησης στην Ολομέλεια

<p><b>6. Τα παιδιά συγκρίνουν και αξιολογούν διαφορετικές πορείες επίλυσης ενός προβλήματος ή διαφορετικές λύσεις.</b></p>	<p>Παρουσιάζονται τουλάχιστον δύο λύσεις στον πίνακα (η επιλογή τους είναι σκόπιμη και στοχευμένη ώστε να εξυπηρετούνται οι στόχοι του μαθήματος). Υποβάλλονται ερωτήσεις:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Σε τι μοιάζουν οι λύσεις αυτές;</li> <li>- Σε τι διαφέρουν;</li> <li>- Ποια θα προτιμούσατε και γιατί;</li> </ul> <p><u>Σημαντικό.</u> Στόχος δεν είναι να παρουσιαστούν πολλές λύσεις, αλλά να δοθεί ευκαιρία στους μαθητές να συγκρίνουν και να αξιολογήσουν διαφορετικές λύσεις. Αξίζει να σημειωθεί ότι η χρήση κατάλληλων αναπαραστάσεων μπορεί να υποβοηθήσει την κατανόηση των λύσεων/πορειών που προτάθηκαν.</p>
<p><b>7. Τα παιδιά κρατούνται υπόλογα σε σχέση με τις ιδέες και λύσεις που έχουν παρουσιαστεί από τους συμμαθητές τους/τις συμμαθήτριές τους.</b></p>	<p><b>Τα παιδιά γνωρίζουν ότι μπορεί ανά πάσα στιγμή να κληθούν να απαντήσουν σε ερωτήσεις όπως:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Πέστε μου με δικά σας λόγια τι μας είπε ο/η ....;</li> <li>- Υπάρχει κάτι που δεν καταλαβαίνετε από όσα είπε ο/η ....; Ζητήστε διευκρινίσεις.</li> <li>- Συγκρίνετε τη δική σας λύση με τη λύση μιας άλλης ομάδας και πείτε μου τι παρατηρείτε.</li> <li>- Τι έχετε να προσθέσετε στη λύση του/της ....;</li> <li>- Πώς ταιριάζει αυτό που είπε ο/η .... με αυτό που είπε ο/η .....</li> <li>- Πώς κατέληξε σε αυτό το συμπέρασμα ο/η .....</li> <li>- Κάντε μερικές προβλέψεις σχετικά με το πού θα καταλήξει ο τρόπος του/της ....</li> <li>- Ποια από τις ιδέες που ακούστηκαν θα απορρίπτατε; Γιατί;</li> <li>- Χρησιμοποιήστε την «Εργαλειοθήκη σχολιασμού» για να κάνετε μια ερώτηση ή να προσθέσετε κάτι στον τρόπο σκέψης του/της ..... (βλ. Παράρτημα 1)</li> </ul>



## Εργαλειοθήκη σχολιασμού των ιδεών των συμμαθητών/τριών μου



**Ποια είναι η άποψή μου σχετικά με την ιδέα που ακούστηκε/παρουσιάστηκε;**

1. Διαφωνώ με τον/τη(ν) \_\_\_\_\_, επειδή \_\_\_\_\_.

2. Συμφωνώ με τον/τη(ν) \_\_\_\_\_, επειδή \_\_\_\_\_.

3. Αυτό με βοήθησε να καταλάβω ότι \_\_\_\_\_.

4. Θα ήθελα να προσθέσω σε αυτό που είπε ο/η \_\_\_\_\_ για το \_\_\_\_\_.

5. Με βάση τη δική μου λύση, σκέφτομαι ότι \_\_\_\_\_.

6. Δεν κατάλαβα τι εννοείς όταν λες ότι \_\_\_\_\_.

7. Διαφωνώ να το χρησιμοποιήσουμε αυτό, επειδή \_\_\_\_\_.

8. Μια ερώτηση που έχω για τον/τη(ν) \_\_\_\_\_ είναι \_\_\_\_\_.

9. Αυτό που βρήκες είναι το ίδιο / διαφορετικό με το \_\_\_\_\_, επειδή \_\_\_\_\_.

10. Στη λύση του/της \_\_\_\_\_ παρατηρώ ότι \_\_\_\_\_.

11. Με μπέρδεψε η λύση αυτή, επειδή \_\_\_\_\_.

12. Θα μπορούσες να μου εξηγήσεις πώς κατέληξες σε αυτό το αποτέλεσμα;

