



Σύντομη Παρουσίαση της Αξιοποίησης Ενός Γνωστικά Απαιτητικού Έργου που Υλοποιήθηκε στα Πλαίσια του Ερευνητικού Προγράμματος EDUCATE

Ονοματεπώνυμο Εκπαιδευτικού: *Ευσταθία Αποστολοπούλου*

Χώρα: Ελλάδα

Θέμα Μαθήματος: Επίλυση προβλήματος με τη βοήθεια εξισώσεων δευτέρου βαθμού

Επίπεδο Εκπαίδευσης: Δευτεροβάθμια (Α' Λυκείου)

Ηλικία Μαθητών: 15-16

Διάρκεια μαθήματος: Μια διδακτική ώρα (45')

Μαθησιακοί στόχοι:

Κύριοι μαθησιακοί στόχοι της συγκεκριμένης διδακτικής παρέμβασης είναι:

- Η εξοικείωση με την επίλυση προβλημάτων με τη βοήθεια εξισώσεων και ιδιαίτερα:
α) με την κατασκευή της κατάλληλης εξίσωσης και β) με την σύνδεση των λύσεων της εξίσωσης με το πρόβλημα και τη διατύπωση της απάντησής του.
- Η εξοικείωση με την κατασκευή μοντέλων που βοηθούν στη γενικευμένη θεώρηση προβλημάτων.
- Η εξάσκηση στην επιλογή κατάλληλης αποδεικτικής διαδικασίας

Το γνωστικά απαιτητικό έργο:

Για την παράγραφο "ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ 2^{ου} ΒΑΘΜΟΥ" στις Οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στις Α', Β' τάξεις Ημερήσιου ΓΕΛ¹ προτείνεται μεταξύ άλλων "να δοθεί έμφαση στη μοντελοποίηση και την επίλυση προβλημάτων με χρήση εξισώσεων 2^{ου} βαθμού". Το Φύλλο Εργασίας που χρησιμοποιήθηκε για τον σκοπό αυτό στο συγκεκριμένο μάθημα φτιάχτηκε με αφορμή το εξής πρόβλημα του Σχολικού Βιβλίου²: "Να εξετάσετε αν υπάρχουν διαδοχικοί ακέραιοι που να είναι μήκη πλευρών ορθογωνίου τριγώνου", το οποίο επαναδιατυπώθηκε και επεκτάθηκε, ώστε τελικά να προκύψουν 4 ερωτήματα που οδηγούν στην πληρέστερη διερεύνηση του προβλήματος εύρεσης Πυθαγόρειων Τριάδων ακεραίων αριθμών με σταθερή διαφορά.

Η επιλογή αυτή στηρίζεται στην άποψη ότι η επίλυση ενός μαθηματικού προβλήματος μπορεί να έχει στοιχεία μαθηματικής πρόκλησης, ικανά να ενισχύσουν το ενδιαφέρον για ενασχόληση, πολύ περισσότερο δε όταν σε αυτό εμπλέκονται γνωστές έννοιες από την προηγούμενη εμπειρία των μαθητών/ριων (όπως οι Πυθαγόρειες Τριάδες) σε συνδυασμό με απλά αριθμητικά δεδομένα και σχήματα. Το φύλλο εργασίας περιλαμβάνει 4 ερωτήματα με διαφορετικό βαθμό δυσκολίας που απαιτούν από τον/την μαθητή/ρια

¹ Οδηγίες για τη διδασκαλία των Μαθηματικών στις Α' και Β' τάξεις Γενικού Λυκείου για το σχολικό έτος 2019-2020, 143389/Δ2/16-09-2019

² Ανδρεαδάκης, Σ. κ.α. (1998). *Άλγεβρα και στοιχεία πιθανοτήτων*. Αθήνα: Διόφαντος, σελ.96



τόσο να σκεφτεί δημιουργικά για να κατασκευάσει κατάλληλο μοντέλο για την επίλυση προβλήματος ή την εύρεση αντιπαραδείγματος, όσο και να επαναλάβει διαδικασίες με τις οποίες έχει εξοικειωθεί στα προηγούμενα μαθήματα, όπως η απλοποίηση αλγεβρικών παραστάσεων ή η επίλυση δευτεροβάθμιας εξίσωσης με χρήση γνωστών τύπων.

Περιγραφή της εξέλιξης του έργου κατά τη διδασκαλία:

Οι μαθητές/ριες δούλεψαν σε μικρές ομάδες(3-4 ατόμων) που σχημάτισαν οι ίδιοι/ες, προκειμένου να έχουν τη δυνατότητα να ανταλλάξουν απόψεις, να καθορίσουν στρατηγικές και να αλληλοϋποστηριχθούν στις δυσκολίες που ενδεχομένως θα αντιμετώπιζαν.

Πριν ξεκινήσουν να επεξεργάζονται τα ερωτήματα του φύλλου εργασίας, τους δόθηκαν από τη διδάσκουσα διευκρινίσεις για τον τρόπο που καλούνταν να εργαστούν και κάποιες υπενθυμίσεις σχετικά με την προαπαιτούμενη γνώση, ώστε στην περίπτωση που κάποιοι/ες είχαν κενά να μην υστερήσουν στον βαθμό κατανόησης των ζητούμενων. Συγκεκριμένα, έγινε υπενθύμιση της έννοιας της Πυθαγόρειας Τριάδας, και διευκρινίστηκε η σχέση των διαδοχικών φυσικών που αναφέρονται στο Α) ερώτημα, με έμφαση στο γεγονός ότι αυτοί έχουν σταθερή διαφορά, κάτι που χρησιμεύει και κατά την επεξεργασία των επόμενων ερωτημάτων.

Στη συνέχεια η τάξη ξεκίνησε να εργάζεται σε ομάδες. Όλες οι ομάδες επέλεξαν να απαντήσουν τα ερωτήματα με τη σειρά που αναφέρονταν στο Φύλλο Εργασίας.

Στο ερώτημα Α) οι μαθητές/ριες δεν μπορούσαν αρχικά να δημιουργήσουν την εξίσωση που επιλύει το πρόβλημα. Παροτρύνθηκαν να συνεργαστούν και τους λύθηκαν απορίες που προέκυψαν, χωριστά σε κάθε ομάδα, χωρίς όμως στο συγκεκριμένο στάδιο να δοθούν υποδείξεις από τη διδάσκουσα. Με τον τρόπο αυτό, είχαν αρκετό χρόνο για να μπορέσουν να προσεγγίσουν το ζητούμενο και να κάνουν πειραματισμούς (για παράδειγμα κάποιοι/ες αποφάσισαν να κάνουν δοκιμές για να διερευνήσουν αν υπάρχει δεύτερη Πυθαγόρεια Τριάδα διαδοχικών ακεραίων). Χρειάστηκε να γίνει συζήτηση στην ολομέλεια για να γίνει σαφές σε όλους ότι η λύση απαιτεί την κατασκευή κάποιας κατάλληλης εξίσωσης, η οποία τελικά προέκυψε από τους μαθητές/ριες στην πορεία της συζήτησης. Μετά από αυτή τη συζήτηση, κάθε ομάδα δούλεψε πάλι ξεχωριστά για την επίλυση της εξίσωσης, με υποστήριξη από τη διδάσκουσα στις διαφορετικές δυσκολίες που συναντούσε (πράξεις, ταυτότητες, επιλογή κατάλληλης για το πρόβλημα απάντησης κλπ).

Τα ερωτήματα Β) και Γ) αντιμετωπίστηκαν ακολούθως από τις ομάδες που είχαν ολοκληρώσει το Α) με παρόμοιο τρόπο και γι' αυτό οι αντίστοιχες εξισώσεις κατασκευάστηκαν σχετικά γρήγορα και οι λύσεις προέκυψαν ευκολότερα, παρόλο που ειδικά το ερώτημα Γ) απαιτούνταν και η χρήση παραμέτρου.

Το ερώτημα Δ) μπορούσε να απαντηθεί πολύ σύντομα με την αναφορά ενός απλού αντιπαραδείγματος, όμως οι μαθητές/ριες που είχαν φτάσει σε αυτό προβληματίστηκαν για τη μέθοδο που έπρεπε να ακολουθήσουν και καθυστέρησαν δυσανάλογα.

Αναστοχασμός:

Οι μαθητές/ριες απέκτησαν την εμπειρία της επίλυσης ενός δύσκολου γι αυτούς/ες προβλήματος. Αντιμετώπισαν έτσι ένα προκλητικό ζητούμενο και είχαν την ικανοποίηση ότι μπόρεσαν, έστω και με κάποια υποστήριξη, να δώσουν λύση. Όλοι είχαν την ευκαιρία κατά την ομαδική εργασία να εμπλακούν στις διαδικασίες επίλυσης, με αποτέλεσμα σε όλη



τη διάρκεια της διδακτικής ώρας οι μαθητές/ριες να συνεργάζονται και να συζητούν για μαθηματικά.

Τα αποτελέσματα της διδακτικής παρέμβασης ίσως θα ήταν πιο πλούσια αν οι μαθητές/ριες είχαν συνολικά περισσότερο χρόνο στη διάθεσή τους, ώστε και οι πιο αδύναμες ομάδες να μπορέσουν να ολοκληρώσουν όλα τα ερωτήματα, να υπάρξει χρόνος για να αναφερθεί στην ολομέλεια η δυνατότητα επίλυσης των Α) και Β) ως ειδικές περιπτώσεις ενός γενικότερου μοντέλου (ερώτημα Γ)) και να γίνει μια συζήτηση αναστοχασμού για την χρήσης του αντιπαραδείγματος και γενικότερα για τη διαδικασία επιλογής κατάλληλης αποδεικτικής μεθόδου.