

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 1

Γνωστική Ενεργοποίηση των Μαθητών και Διαφοροποίηση: Εισαγωγή

Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το
Πρόγραμμα ERASMUS+
της Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018
© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

Πανεπιστήμιο Κύπρου

Marino Institute of Education και Trinity College Dublin

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού

Δημοτικό Σχολείο Terra Santa

Το πρόγραμμα με τίτλο «Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)» χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτή.



Οργανισμοί

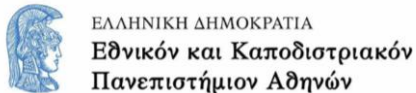
Μέλη¹



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Γεωργίου Χλόη
Γεωργίου Κασσάνδρα
Κασάπη Ευρυδίκη
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien
Concarr Ann
Δρ. Delaney Seán
Δρ. Gurhy Ann Marie
Δρ. Prendergast Mark
Purtill Trevor
Timmins Paul



Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσσαυγή
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Καθηγητής da Ponte João Pedro
Δρ. Guimarães Henriques
Δρ. Henriques Ana
Δρ. Santos Leonor
Δρ. Oliveira Hélia



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



Δημοσθένους Χρήστος
Ιωαννίδης Στέλιος
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας
Δρ. Σαββίδης Γιάννης
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας
Θεοδώρου Ροδούλα
Δρ. Γιαλουρίδης Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος
Νικολάου Σάββας

¹ Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.



ΣΥΜΒΟΛΑ

Δίπλα από κάθε δραστηριότητα υπάρχει ένα ή περισσότερα από τα πιο κάτω σύμβολα:



Ατομική εργασία



Εργασία στο πλαίσιο των Λεσχών Ανάλυσης
Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών



Διαβάζω



Γράφω ή συμπληρώνω



Σύνδεσμος



Παρακολουθώ



Αναστοχάζομαι



Συζητώ



Μαθησιακοί Στόχοι



Προγραμματίζω



Αξιολογώ

ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 1

Εστιάζοντας σε Έργα με Μαθηματική Πρόκληση στα Μαθηματικά

Επισκόπηση

ΩΡΕΣ ΣΥΜΜΕΤΟΧΗΣ	2 ώρες Βιντεοκλίπ, Έργα, Το Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων (MEME)
ΕΙΔΟΣ ΠΗΓΩΝ/ΥΛΙΚΟΥ	Συζήτηση γύρω από πώς η εξέλιξη των έργων με μαθηματική πρόκληση μπορεί να προσφέρει διαφορετικές ευκαιρίες μάθησης στους μαθητές
ΕΜΦΑΣΕΙΣ	

Δραστηριότητες

Εισαγωγική Δραστηριότητα



(1) Δραστηριότητα Καταιγισμού Ιδεών

- Με βάση τα βιντεοκλίπ που παρακολουθήσατε στην Εισαγωγή της Διδακτικής Ενότητας, τι πιστεύετε πώς μπορούμε να κάνουμε, ως εκπαιδευτικοί, για να εμπλέκουμε παραγωγικά τους μαθητές σε μαθηματική σκέψη και συλλογισμό; Τι κάνουμε (συχνά ακούσια) που μπορεί να εμποδίζει τέτοιες προσπάθειες;



(2) Υπάρχουν διάφοροι τρόποι με τους οποίους, ως εκπαιδευτικοί, μπορούμε να δημιουργήσουμε ή να μειώσουμε τις ευκαιρίες των μαθητών για ενεργοποίηση της μαθηματικής σκέψης και του συλλογισμού. Μια ομάδα Αμερικανών ερευνητών έχει προτείνει το Μοντέλο Εξέλιξης Μαθηματικών Έργων (MEME) για να μας βοηθήσει να ταξινομήσουμε καλύτερα αυτούς τους τρόπους και μέσω του μοντέλου να μπορούμε να λαμβάνουμε πιο σκόπιμες και ενημερωμένες αποφάσεις σχετικά με τις ευκαιρίες που δημιουργούμε για μαθηματική σκέψη των μαθητών μας. Να παρατηρήσετε το παρακάτω διάγραμμα και να διαβάσετε τη σύντομη εισαγωγή στο MEME που ακολουθεί. Στη συνέχεια, σκεφτείτε το ερώτημα που έπεται.



Διάγραμμα 1. Το Μοντέλο Εξέλιξης των Μαθηματικών Έργων (προσαρμοσμένο από τους Stein κ.ά., 2000).

Σχετικά με το MEME: Τι Μας Λέει και Πώς Μπορεί να Χρησιμοποιηθεί;

Τι εισηγείται το MEME; Με βάση το MEME, τα διδακτικά έργα περνούν από τρεις φάσεις:

- **Α' φάση:** όπως παρουσιάζονται στα Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών ή στα φύλλα εργασίας που ετοιμάζει ο εκπαιδευτικός για τους μαθητές του (επιλογή έργου).
- **Β' φάση:** όπως παρουσιάζεται από τον εκπαιδευτικό στην τάξη κατά την εισαγωγή (παρουσίαση) του έργου στην τάξη (παρουσίαση έργου).
- **Γ' φάση:** όπως εφαρμόζεται/υλοποιείται το έργο στη διάρκεια του μαθήματος, δηλαδή, καθώς οι μαθητές και ο εκπαιδευτικός αλληλεπιδρούν για την επίλυση του έργου (εφαρμογή έργου).

Το Διάγραμμα 1 παρουσιάζει αυτές τις φάσεις της εξέλιξης των έργων, υπογραμμίζοντας ότι αυτό που τελικά καθορίζει τη μάθηση των μαθητών δεν είναι μόνο η επιλογή ενός έργου με μαθηματικές προκλήσεις, αλλά ο τρόπος με τον οποίο υλοποιείται εφαρμόζεται το έργο κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας.

Πώς μπορεί το MEME να χρησιμοποιηθεί; Τις περασμένες δεκαετίες, το MEME είχε χρησιμοποιηθεί τόσο ως ερευνητικό εργαλείο για να εξετάζει την ποιότητα διδασκαλίας ως προς την εξέλιξη των μαθηματικών έργων αλλά και ως εργαλείο επαγγελματικής εξέλιξης των εκπαιδευτικών. Σκοπός ήταν να ευαισθητοποιήσει τους εκπαιδευτικούς για τη σημασία της παρακολούθησης του τρόπου με τον οποίο τα χαρακτηριστικά της μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου θα μπορούσαν να τροποποιηθούν κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, ειδικά κατά τη διάρκεια των φάσεων της παρουσίασης των εργασιών και της υλοποίησης/εφαρμογής τους.



Σκεπτόμενοι τα προηγούμενα μαθήματά σας, σε ποια φάση - (α) *επιλογή του έργου*, (β) *παρουσίαση του έργου*, και (γ) *εφαρμογή του έργου* - πιστεύετε ότι θα αντιμετωπίσετε περισσότερες δυσκολίες όταν προσπαθείτε να ενισχύσετε τις ευκαιρίες των μαθητών σας να εμπλακούν σε μαθηματικά απαιτητική εργασία; Να εξηγήσετε τη θέση σας δίνοντας κάποια παραδείγματα.

- Με βάση τις εμπειρίες που μπορεί να έχετε ως υποψήφιοι εκπαιδευτικοί, σε ποιες φάσεις αναμένετε ότι ενδέχεται να αντιμετωπίσετε περισσότερες δυσκολίες; Να εξηγήσετε την απάντησή σας.

Οι δραστηριότητες που ακολουθούν θα σας προσφέρουν ευκαιρίες να συζητήσετε πώς οι διαφορετικές αποφάσεις που λαμβάνουμε ως εκπαιδευτικοί κατά τη διάρκεια των φάσεων της επιλογής, της παρουσίασης και της εφαρμογής των έργων μπορούν να δημιουργήσουν διαφορετικές ευκαιρίες μάθησης για τους μαθητές.

Δραστηριότητα 1 – Εστιάζοντας στην Επιλογή του Έργου



Σε αυτή τη δραστηριότητα υπάρχουν τέσσερα διαφορετικά έργα. Να τα διαβάσετε προσεκτικά και στη συνέχεια να σκεφτείτε και να εργαστείτε στις ερωτήσεις που ακολουθούν.

Έργο 1 (Τάξη Δ'):

Να βρείτε το αποτέλεσμα σε κάθε περίπτωση, χρησιμοποιώντας τον τρόπο που φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα:

$$\begin{array}{r} 2 \\ 217 \\ \times 3 \\ \hline 651 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 485 \\ \times 5 \\ \hline \end{array}$$

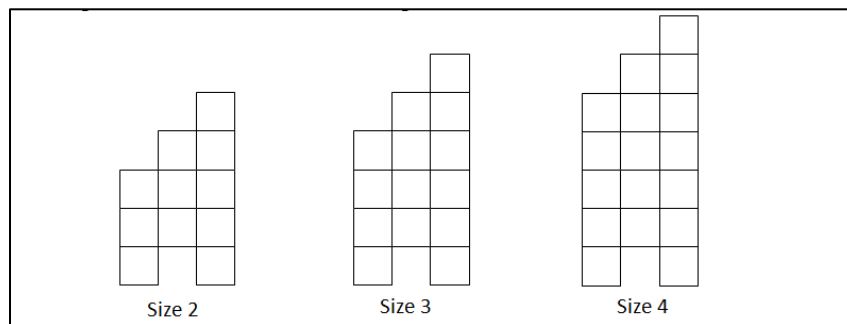
$$\begin{array}{r} 563 \\ \times 7 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 359 \\ \times 4 \\ \hline \end{array}$$

Πηγή: προσαρμοσμένο από http://archeia.moec.gov.cy/sd/7/meros_2_enotites_4_6.pdf

Έργο 2 (Τάξη Ε'):

Ο Άλεξ χρησιμοποιεί πανομοιότυπα τουβλάκια για να κάνει σχέδια καρέκλας διαφορετικού μεγέθους για ένα έργο τέχνης στο σχολείο του. Οι εικόνες στο φύλλο εργασίας σας δείχνουν τα τρία πρώτα δημιουργημένα σχέδια - μέγεθος 2, μέγεθος 3 και μέγεθος 4.



Ο Άλεξ θέλει να κάνει μια καρέκλα μεγέθους 50. Πόσα τουβλάκια θα χρειαστεί;

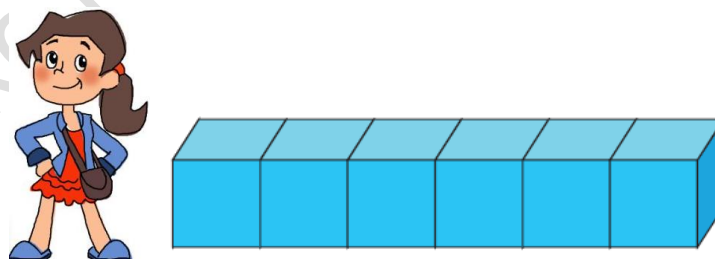
Έργο 3 (Τάξη Ε'):

Να συμπληρώσετε τους πιο κάτω πολλαπλασιασμούς σε λιγότερο από ένα λεπτό:		
$2 \times 3 =$	$5 \times 4 =$	$10 \times 6 =$
$4 \times 7 =$	$8 \times 10 =$	$8 \times 4 =$
$9 \times 5 =$	$3 \times 4 =$	$5 \times 5 =$
$6 \times 8 =$	$7 \times 9 =$	$2 \times 6 =$
$3 \times 9 =$	$8 \times 7 =$	$9 \times 2 =$

Πηγή: Δραστηριότητα Ομαδοποίησης Έργων (Smith, Stein, Arbaugh, Brown, & Mossgrove, 2004, σ. 57)

Έργο 4 (Τάξη Δ'):

Η πιο κάτω εικόνα αναπαριστά τα $\frac{2}{3}$ του τρένου της Ελένης. Από πόσα κυβάκια θα αποτελείται το τρένο της Ελένης συνολικά;



Να μελετήσετε αυτά τα τέσσερα έργα και να προσπαθήσετε να τα ταξινομήσετε με βάση το πόσο μαθηματικά προκλητικό θεωρείτε ότι είναι (Χαμηλή vs. Υψηλή μαθηματική πρόκληση), λαμβάνοντας υπόψη το ηλικιακό επίπεδο των μαθητών στους οποίους απευθύνονται.

Έργο	Επίπεδο Μαθηματικής Πρόκλησης (Χαμηλή vs. Υψηλή)
1	
2	
3	
4	



Να συζητήσετε με τους/τις συναδέλφους σας:

- Τι κάνει ένα έργο μαθηματικά προκλητικό στα Μαθηματικά;
- Τι δυσκολίες/προκλήσεις αναμένετε να βιώσετε κατά τη διδακτική σας πράξη όταν επιλέγετε τέτοια έργα για τη διδασκαλία σας; Με ποιους τρόπους μπορείτε εσείς ή/και οι συνάδελφοί σας να αντιμετωπίσετε αυτές τις δυσκολίες;

Δραστηριότητα 2 – Εστιάζοντας στην Εφαρμογή του Έργου



Πριν από σχεδόν είκοσι χρόνια, το Εθνικό Συμβούλιο Εκπαιδευτικών Μαθηματικών (NCTM) στις Η.Π.Α. αναγνώρισε τον βασικό ρόλο που έχουν οι εκπαιδευτικοί όχι μόνο στην επιλογή έργων με μαθηματική πρόκληση (ή στη χρήση τέτοιων έργων που περιλαμβάνονται στα διδακτικά εγχειρίδια), αλλά κυρίως στο πώς αλληλοεπιδρούν με αυτά τα έργα και με τους μαθητές τους. Συγκεκριμένα, το NCTM (2000) σημειώνει:

«Τα έργα με μαθηματική πρόκληση από μόνα τους δεν επαρκούν για αποτελεσματική διδασκαλία. Οι εκπαιδευτικοί πρέπει επίσης να αποφασίσουν ποιες πτυχές ενός έργου πρέπει να τονίσουν, πώς να οργανώσουν και να ενορχηστρώσουν τις λύσεις των μαθητών, ποιες ερωτήσεις πρέπει να υποβάλουν για να ενεργοποιήσουν γνωστικά τους μαθητές σε ποικίλα επίπεδα γνώσης, δεξιοτήτων και κατανόησης, και πώς να υποστηρίξουν τους μαθητές χωρίς να κάνουν οι ίδιοι τη διαδικασία σκέψης γι' αυτούς, εξαλείφοντας με τον τρόπο αυτό τη μαθηματική πρόκληση»(σ. 19).

Σε αυτή τη δραστηριότητα, θα σκεφτείτε και θα συζητήσετε πώς διαφορετικές δράσεις/πρακτικές του/της εκπαιδευτικού κατά τις φάσεις της παρουσίασης και της εφαρμογής του έργου μπορούν να διαμορφώσουν τις ευκαιρίες που παρέχονται στους μαθητές για μαθηματική σκέψη και συλλογισμό. Για τον σκοπό αυτό, θα μελετήσουμε ένα έργο και την υλοποίησή του στην τάξη.



Να διαβάσετε προσεκτικά το παρακάτω έργο και να αποφασίσετε το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησής του (χαμηλή vs. υψηλή).

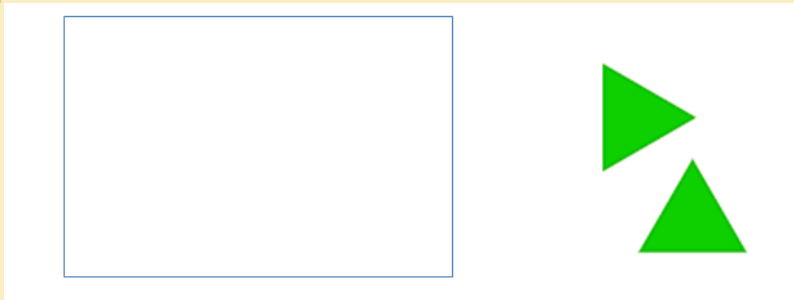
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΈΡΓΟ

Γεωμετρία (Τάξη Β')

Πλαίσιο: Στο μάθημα αυτό η εκπαιδευτικός έδωσε στους μαθητές διάφορα σχήματα μοτίβου (ισόπλευρα τρίγωνα, ρόμβους, τετράγωνα, κύκλους, τραπέζια) και τους ζήτησε να βρουν ποιο ή ποια μπορούν να καλύψουν μια δεδομένη ορθογώνια επιφάνεια. Ένα παράδειγμα ενός φύλλου εργασίας που σχετίζεται με αυτό το έργο παρουσιάζεται παρακάτω.

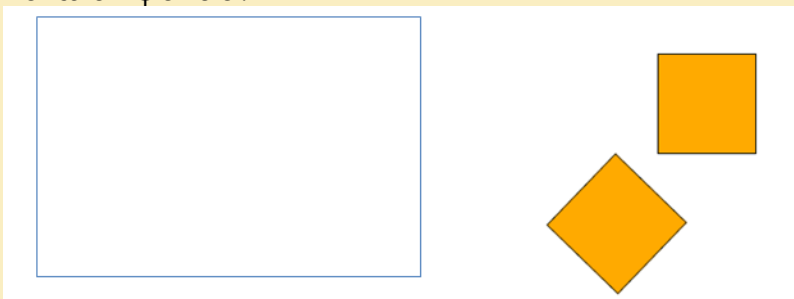
Έργο:

Να χρησιμοποιήσετε τα πράσινα τρίγωνα από τα σχήματα μοτίβου για να καλύψετε την πιο κάτω επιφάνεια.



Τι παρατηρείτε;

Τώρα, χρησιμοποιήστε τα πορτοκαλί τετράγωνα από τα σχήματα μοτίβου για να καλύψετε την πιο κάτω επιφάνεια.



Τι παρατηρείτε;



Να παρακολουθήσετε τα πιο κάτω βιντεοκλίπ τα οποία αναφέρονται στις φάσεις εισαγωγής και υλοποίησης (αυτόνομη εργασία των μαθητών και συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης) του έργου που φαίνεται πιο κάτω.

ΒΙΝΤΕΟΚΛΙΠ

Πλαίσιο: Θα παρακολουθήσουμε ένα διδακτικό επεισόδιο από μια Β' τάξη στην Κύπρο. Ο στόχος αυτού του μαθήματος ήταν να βοηθήσει τους μαθητές να εργαστούν με μη συμβατικές μονάδες μέτρησης του εμβαδού για να τους βοηθήσουν να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι η καλύτερη μονάδα μέτρησης είναι αυτή που αντιστοιχεί σε ένα τετράγωνο με μέγεθος μιας μονάδας. Το πρώτο έργο σε αυτό το μάθημα ζητούσε από τους μαθητές να συγκρίνουν δύο δοθείσες επιφάνειες, μία από τις οποίες αποτελείται από ρόμβους και η άλλη από τρίγωνα, για να τους βοηθήσει να καταλήξουν στο συμπέρασμα ότι για να γίνει μια τέτοια σύγκριση χρειάζεται μια κοινή μονάδα μέτρησης. Το έργο που παρουσιάστηκε παραπάνω ήταν το δεύτερο σε σειρά και αποσκοπούσε στο να βοηθήσει τους μαθητές να καταλάβουν ότι το τετράγωνο ήταν η καλύτερη μονάδα μέτρησης του εμβαδού για τη δοθείσα ορθογώνια επιφάνεια. Το τρίτο έργο αποσκοπούσε στο να βοηθήσει τους μαθητές να διερευνήσουν την καταλληλότητα διαφορετικών μεγεθών τετραγώνων για τη μέτρηση του εμβαδού οποιασδήποτε ορθογώνιας επιφάνειας. Θα παρακολουθήσουμε τρία κλιπ, ένα που αφορά στη φάση εισαγωγής του έργου από την εκπαιδευτικό, ένα αναφορικά με την αυτόνομη εργασία των μαθητών και ένα τρίτο που σχετίζεται με τη συζήτηση στην ολομέλεια.



Να συζητήσετε με τους/τις συναδέλφους σας:

- Ποιο είναι το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης του έργου, όπως παρουσιάζεται στο υλικό του εκπαιδευτικού (φύλλο εργασίας);
- Η μαθηματική πρόκληση διατηρείται ή αλλάζει κατά τη διάρκεια της εξέλιξης αυτού του έργου;
- Ποιες είναι οι πρακτικές του εκπαιδευτικού που συμβάλλουν στη διατήρηση ή την αλλαγή της μαθηματικής πρόκλησης κάθε φορά;



Να εργαστείτε μαζί με τα άλλα μέλη της ομάδας σας στο παρακάτω θέμα:



Να εντοπίσετε κάποιες πρακτικές του εκπαιδευτικού που συμβάλλουν στον βαθμό διατήρησης/αλλαγής του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης ενός έργου κατά τις φάσεις εισαγωγής και υλοποίησής του.

Εισαγωγή του Έργου	Αυτόνομη Εργασία	Συζήτηση στην Ολομέλεια



Συνδέσεις με την Πρακτική (Μου)

Για την επόμενη μας συνάντηση:



Να επιλέξετε ένα έργο με μαθηματική πρόκληση από το διδακτικό εγχειρίδιο/αναλυτικό πρόγραμμα το οποίο περιλαμβάνεται στα μαθήματα που αναμένεται να διδάξετε.



Να εργαστείτε σε αυτό το έργο μαζί με τους μαθητές σας και να οπτικογραφήσετε την παρουσίαση και την υλοποίηση του έργου (αυτόνομη εργασία των μαθητών και συζήτηση στην ολομέλεια).



Πριν από την ερχόμενη μας συνάντηση, να παρακολουθήσετε το οπτικογραφημένο μάθημά σας και να σκεφτείτε το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης κατά τη διάρκεια της παρουσίασης και της εφαρμογής.



Να επιλέξετε δύο σύντομα αποσπάσματα (από την παρουσίαση του έργου, την αυτόνομη εργασία των μαθητών, ή τη συζήτηση στην ολομέλεια) που θεωρείτε ότι θα θέλατε να μοιραστείτε με τους/τις συναδέλφους σας. Αυτά τα αποσπάσματα θα πρέπει να δείχνουν είτε περιπτώσεις στις οποίες το επίπεδο μαθηματικής πρόκλησης διατηρήθηκε ή περιπτώσεις στις οποίες άλλαξε.



Καταληκτική Δραστηριότητα



Να ανατρέξετε στο διάγραμμα με τα τέσσερα τεταρτημόρια της δραστηριότητας της Εισαγωγής αυτής της Διδακτικής Ενότητας και να σκεφτείτε πού θεωρείτε ότι θα τοποθετείται η διδασκαλία σας *κατά τα επόμενα μαθήματά σας*.

- Αν την τοποθετείτε σε διαφορετικό σημείο σε σύγκριση με εκείνο της εισαγωγικής δραστηριότητας, να σημειώσετε δύο πράγματα που μάθατε και θα σας βοηθήσουν να κάνετε αυτή την (έστω και μικρή) αλλαγή.
- Εάν την τοποθετείτε στο ίδιο περίπου σημείο, να καταγράψετε δύο πράγματα που θα θέλατε να μάθετε στις επόμενες συναντήσεις τα οποία θεωρείτε ότι θα σας βοηθήσουν να κάνετε μια πιο ουσιαστική αλλαγή.

© Υλικό προγράμματος EDUCATE