



ΟΔΗΓΟΣ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ 2

Επιλογή, Ανάλυση και Τροποποίηση Έργων με Μαθηματική Πρόκληση για Όλους τους Μαθητές

Πρόγραμμα EDUCATE



Χρηματοδοτείται από το
Πρόγραμμα ERASMUS+
της Ευρωπαϊκής Ένωσης





© 2018

© Αναθεωρημένη έκδοση 2020

Πανεπιστήμιο Κύπρου

Marino Institute of Education και Trinity College Dublin

Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

Παιδαγωγικό Ινστιτούτο Κύπρου

Επιτροπή Ανάπτυξης και Βελτίωσης της Σχολικής Μονάδας, Υπουργείο Παιδείας και Πολιτισμού

Δημοτικό Σχολείο Terra Santa

Το πρόγραμμα με τίτλο «Enhancing Differentiated Instruction and Cognitive Activation in Mathematics Lessons by Supporting Teacher Learning (EDUCATE)» χρηματοδοτήθηκε με την υποστήριξη της Ευρωπαϊκής Επιτροπής. Η παρούσα δημοσίευση δεσμεύει μόνο τους συντάκτες της και η Επιτροπή δεν ευθύνεται για τυχόν χρήση των πληροφοριών που περιέχονται σε αυτήν.



Οργανισμοί

Μέλη¹



Δρ. Χαράλαμπος Γ. Χαράλαμπος
Καθηγητής Κωνσταντίνου Κωνσταντίνος
Γεωργίου Χλόη
Γεωργίου Κασσάνδρα
Κασάπη Ευρυδίκη
Καθηγήτρια Κουτσελίνη Μαίρη
Δρ. Ολυμπίου Γιώργος
Δρ. Φιλίππου Σταυρούλα
Καθηγήτρια Πιπτα-Πανταζή Δήμητρα



Burke Damien
Concarr Ann
Dr. Delaney Seán
Dr. Gurhy Ann Marie
Dr. Prendergast Mark
Purtill Trevor
Timmins Paul



HELLENIC REPUBLIC
National and Kapodistrian
University of Athens

Καθηγήτρια Πόταρη Δέσποινα
Δρ. Ψυχάρης Γιώργος
Δρ. Τριανταφύλλου Χρυσσαυγή
Καθηγητής Ζαχαριάδης Θεοδόσιος



Professor da Ponte João Pedro
Dr. Guimarães Henrique
Dr. Henriques Ana
Dr. Santos Leonor
Dr. Oliveira Hélia



Δρ. Αγαθαγγέλου Σοφία
Δρ. Χριστοφίδου Έλενα
Δρ. Παπαδούρης Νίκος



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ, ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ ΚΑΙ ΝΕΟΛΑΙΑΣ

Δημοσθένους Χρήστος
Ιωαννίδης Στέλιος
Δρ. Κυθρεώτης Ανδρέας
Δρ. Σαββίδης Γιάννης
Δρ. Στυλιανίδης Μάριος
Δρ. Θεοδωρίδης Ανδρέας
Θεοδώρου Ροδούλα
Δρ. Γιαλουριδής Γιώργος



Δρ. Μιχαηλίδης Γιώργος
Νικολάου Σάββας

¹ Όλα τα ονόματα παρατίθενται αλφαβητικά.



ΑΝΑΛΥΣΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗΣ ΠΡΑΚΤΙΚΗΣ 2

Σχεδιασμός της Διαφοροποίησης: Ανάλυση του Έργου Για Διαφορετικά Επίπεδα Μαθητών

Αναμενόμενα Μαθησιακά Αποτελέσματα

Με το πέρας αυτής της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής, οι εκπαιδευτικοί θα μπορούν:

- Να προσδιορίσουν και να εξηγήσουν τι κάνει ένα έργο απαιτητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών (ΜΣ2)
- Να προσαρμόσουν ή να τροποποιήσουν ένα μαθηματικό έργο για να το κάνουν περισσότερο ή λιγότερο απαιτητικό για διαφορετικές ομάδες μαθητών (ΜΣ3)

Σύντομη Περιγραφή των Δραστηριοτήτων και του Τρόπου Υλοποίησής τους

Εισαγωγική Δραστηριότητα

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 15 λεπτά

«Παρέλαση» σημειωμάτων

Αυτή η δραστηριότητα είναι ένας καλός τρόπος για να αποκτήσετε μια γενική αίσθηση για το τι είδους ερωτήσεις, ανησυχίες, ιδέες ή θέματα μπορεί να έχουν οι συμμετέχοντες από την προηγούμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής. Στους μαθητές παρέχονται δύο ερωτήσεις/προτροπές για τις οποίες πρέπει να δημιουργήσουν ιδέες. Για να πραγματοποιήσετε αυτή τη δραστηριότητα, δώστε σε κάθε συμμετέχοντα λίγα χαρτάκια σημειώσεων (ο αριθμός τους εξαρτάται από τον διαθέσιμο χρόνο) και αφήστε τους να γράψουν μια ιδέα/ζήτημα/ανησυχία/ερώτηση σε κάθε χαρτάκι. Οι συμμετέχοντες, στη συνέχεια, τοποθετούν τα χαρτάκια στον πίνακα ή στον τοίχο. Ανάλογα με την ερώτηση ή προτροπή, ίσως είναι χρήσιμο να ζητήσετε από τους συμμετέχοντες να τοποθετήσουν τα χαρτάκια σε περιοχές ομαδοποιημένα ανά θέμα/ανησυχία. Ο στόχος αυτής της δραστηριότητας είναι να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να εξετάσουν θέματα, εκτός από την επιλογή έργων, τα οποία είναι σημαντικά για τον εκπαιδευτικό να λάβει υπόψη κατά τον σχεδιασμό του μαθήματος.

Δραστηριότητα 1 - Ανάλυση της Διδακτικής Πρακτικής

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 60 λεπτά

Λέσχη Ανάλυσης Οπτικογραφημένων Διδασκαλιών

Κατά την προηγούμενη συνάντηση, οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν να επιλέξουν δύο έργα από τα δικά τους αναλυτικά προγράμματα, ένα γνωστικά απαιτητικό και ένα λιγότερο γνωστικά απαιτητικό, να



σχεδιάσουν και να οπτικογραφήσουν ένα μάθημα κατά το οποίο εφάρμοσαν το γνωστικά απαιτητικό έργο, καθώς και να παρακολουθήσουν και να καθορίσουν σε ποιο επίπεδο εφαρμόστηκε το έργο. Οι εκπαιδευτικοί κλήθηκαν επίσης να επιλέξουν μικρά αποσπάσματα (συνήθως 3-5 λεπτά το καθένα) στα οποία το επίπεδο πρόκλησης είτε διατηρήθηκε είτε προσαρμόστηκε. Τουλάχιστον μια εβδομάδα πριν από τη σημερινή συνάντηση, οι εκπαιδευτικοί θα έπρεπε να έχουν στείλει μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου το οπτικογραφημένο μάθημα τους μέσω του «We Transfer», καθώς και το επιλεγμένο έργο, τις χρονικές στιγμές των αποσπασμάτων που πιστεύουν ότι αποτυπώνουν την εστίαση της δραστηριότητας και μια σύντομη σημείωση εξηγώντας το σκεπτικό τους για την επιλογή αυτών των επεισοδίων. Επειδή αυτή είναι η πρώτη στη Διδακτική Ενότητα 2 που οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται αποσπάσματα από τη διδασκαλία τους, οι παρακάτω λεπτομερείς οδηγίες για τους εκπαιδευτές εκπαιδευτικών (τα οποία συζητήθηκαν επίσης στη Διδακτική Ενότητα 1) είναι χρήσιμες για να καταστήσουν την πρώτη συνάντηση της λέσχης ανάλυσης οπτικογραφημένων διδασκαλιών μια θετική εμπειρία για τους εκπαιδευτικούς:

- Η Δραστηριότητα 1 της Ανάλυσης 2 σας παρέχει την ευκαιρία να ελέγξετε την κατανόηση των εκπαιδευτικών σχετικά με τις βασικές ιδέες της προηγούμενης συνάντησης (δηλαδή, επιλογή γνωστικά απαιτητικές έργα έργων, ανάλυση έργων και προσδιορισμός του τι τα καθιστά γνωστικά απαιτητικά χρησιμοποιώντας τον ΟΑΕ και σύγκριση του επιπέδου της γνωστικής πρόκλησης όπως παρουσιάζεται στο υλικό του αναλυτικού προγράμματος με το επίπεδο γνωστικής πρόκλησης όπως εφαρμόζεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας). Παρέχει επίσης την ευκαιρία στους εκπαιδευτικούς να παρατηρήσουν και να ερμηνεύσουν τις αλληλεπιδράσεις που συμβαίνουν στις τάξεις και με αυτό τον τρόπο να αναπτύξουν «επαγγελματικό όραμα». Μπορείτε να αξιοποιήσετε τις ερωτήσεις της εισαγωγικής δραστηριότητας για να ξεκινήσετε μία συζήτηση γύρω από τα αποσπάσματα.
- **Πριν από τη σημερινή συνάντηση**, παρακολουθήστε προσεκτικά τα οπτικογραφημένα μαθήματα όλων των εκπαιδευτικών, μελετήστε το υλικό που θα σας έχουν αποστείλει οι εκπαιδευτικοί και αποφασίστε ποια από τα αποσπάσματα είναι καταλληλότερα για την έναρξη μιας γόνιμης συζήτησης γύρω από τα ζητήματα της προηγούμενης συνάντησης. Ενώ παρακολουθείτε τα αποσπάσματα, μπορείτε να σημειώνετε ενέργειες/πρακτικές των εκπαιδευτικών που προκύπτουν στα βίντεο και τις οποίες θεωρείτε ενδιαφέρουσες. Η επιλογή των αποσπασμάτων που θα προβληθούν είναι πολύ σημαντική και θα πρέπει συνειδητά να βασίζεται στον στόχο της δραστηριότητας. Πρέπει, λοιπόν, να είστε προσεκτικοί με την επιλογή των αποσπασμάτων, αφού μέσω αυτών θα αναδείξετε κεντρικά ζητήματα και πρακτικές, όπως αναφύονται από τα οπτικογραφημένα μαθήματα. Για παράδειγμα, ένας εκπαιδευτικός μπορεί να έχει επιλέξει αποσπάσματα που θα σας βοηθήσουν να αναδείξετε σημαντικές αρχές και πρακτικές για διατήρηση του επιπέδου μαθηματικής πρόκλησης, ενώ τα αποσπασματα που έχει επιλέξει κάποιος άλλος εκπαιδευτικός να μην εξυπηρετούν τον σκοπό



αυτής της δραστηριότητας. Δείξτε ότι εκτιμάτε τις επιλογές ή τις ανησυχίες των εκπαιδευτικών, συμπεριλαμβάνοντας κάποια από τα αποσπάσματα που εισηγούνται. Θυμηθείτε, ωστόσο, ότι στόχος της δραστηριότητας είναι να επικεντρωθείτε σε συγκεκριμένες πρακτικές που εφαρμόστηκαν κατά τη διάρκεια του επεισοδίου, να εξετάσετε την επίδρασή τους στις ευκαιρίες μάθησης των μαθητών και να κάνετε εισηγήσεις για βελτίωση.

- Δεδομένου ότι αυτή είναι η πρώτη φορά που οι εκπαιδευτικοί μοιράζονται αποσπάσματα από τη διδασκαλία τους, ο ρόλος σας ως εκπαιδευτή είναι ιδιαίτερα κρίσιμος για την εξέλιξη των επόμενων λεσχών ανάλυσης (Βλέπε Γενικές Οδηγίες για περισσότερες πληροφορίες). Οι εκπαιδευτικοί θα πρέπει να αισθάνονται άνετοι να μοιραστούν τα αποσπάσματά τους με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας και σε καμία περίπτωση να μην αισθανθούν την αποδοκιμασία των συναδέλφων τους ή τη δική σας, εάν κάτι δεν «δούλεψε» όπως θα αναμενόταν. Για παράδειγμα, οι εκπαιδευτικοί μπορεί να επιλέξουν ένα απόσπασμα στο οποίο το επίπεδο πρόκλησης μειώθηκε ή ένα απόσπασμα στο οποίο πιστεύουν ότι διατήρησαν το επίπεδο πρόκλησης υψηλό, χωρίς όμως αυτό να είναι αληθές. Σε τέτοιες περιπτώσεις, θα πρέπει να είστε πολύ προσεκτικοί ώστε να μην προσβάλετε τους εκπαιδευτικούς, αλλά να σχολιάσετε με έμφαση στη διδασκαλία και όχι στον διδάσκοντα. Συνεπώς, είναι πολύ σημαντικό να επισημάνετε από την αρχή της δραστηριότητας ότι τα αποσπάσματα αξιοποιούνται ως καταγραφές πρακτικής που θα σας βοηθήσουν να κατανοήσετε καλύτερα και να μάθετε μέσα από αλληλεπιδράσεις σε πραγματικές συνθήκες τάξης για να βελτιώσετε την προσέγγισή σας. Ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς **να αναφέρονται στους εκπαιδευτικούς γενικά**, χωρίς να κατονομάζουν τον εκπαιδευτικό σε κάθε βίντεο και να κατανοήσουν ότι δεν υπάρχει αλάνθαστη διδασκαλία. Εξηγήστε ότι η πρόθεσή σας, ενώ παρακολουθείτε τα αποσπάσματα, είναι να αρχίσετε να παρατηρείτε και να ερμηνεύετε αποφάσεις και ενέργειες που λειτούργησαν καλά ή που θα μπορούσαν να οδηγήσουν σε αποτελεσματικότερες αλληλεπιδράσεις μεταξύ εκπαιδευτικού και μαθητών, παρά να αξιολογήσετε τον εκπαιδευτικό ή το μάθημά του. Ένας καλός τρόπος για να κάνετε τους εκπαιδευτικούς να νιώσουν άνετα είναι να ξεκινήσετε με την προβολή ενός αποσπάσματος από μια δική σας διδασκαλία, ή ενός εκπαιδευτικού που έχει την αυτοπεποίθηση να «μοιραστεί» την διδασκαλία του. Επιπλέον, συνίσταται οι εκπαιδευτικοί να ξεκινούν τον σχολιασμό τους αναφερόμενοι σε θετικά στοιχεία της διδασκαλίας και έπειτα να εξηγούν τι θα μπορούσε να βελτιωθεί, ως κριτικοί φίλοι. Μπορείτε να ζητήσετε από τους εκπαιδευτικούς να αναφέρουν κάτι που θεωρούν θετικό ή βοηθητικό στο απόσπασμα και να αιτιολογήσουν την άποψή τους ή να θέσουν ένα ερώτημα που τους έχει δημιουργηθεί κατά την παρακολούθηση του αποσπάσματος. Μην ξεχνάτε να δίνετε χρόνο στους εκπαιδευτικούς, προκειμένου να παρέχουν πολλαπλές απαντήσεις σε κάθε ένα από τα ερωτήματά σας και να προτείνουν λύσεις στα ερωτήματα των συναδέλφων τους.



- Κατά την πρώτη συνάντηση της Λέσχης Ανάλυσης Οπτικογράφησης Διδασκαλίας, είναι επίσης πολύ σημαντικό να καθοριστούν από κοινού κάποιοι κανόνες σχετικά με το ποιων τα αποσπάσματα θα παρουσιαστούν και με ποια σειρά. Για παράδειγμα, μπορείτε να συμφωνήσετε σε εκ περιτροπής προβολή των αποσπασμάτων, ώστε σε κάθε επόμενη συνάντηση να προβάλλεται τουλάχιστον ένα απόσπασμα από κάθε εκπαιδευτικό.

Δραστηριότητα 2 - Αναλύοντας τους Παράγοντες που Επηρεάζουν την Εφαρμογή του Έργου

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 15 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί καλούνται (α) να σκεφτούν προηγούμενα μαθήματα που δίδαξαν, καθώς και δύο αποσπάσματα από συνεντεύξεις της ομάδας του EDUCATE που πραγματοποιήθηκαν με εκπαιδευτικούς δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης κατά την πρώτη φάση του προγράμματος και (β) να ετοιμάσουν ένα κατάλογο με ένα αριθμό παραγόντων που μπορεί να επηρεάσουν το επίπεδο της προβλεπόμενης μαθηματικής πρόκλησης των έργων όπως έχει σχεδιαστεί για την παρουσίαση και υλοποίηση του έργου. Οι καθοδηγητικές ερωτήσεις της προηγούμενης Δραστηριότητας μπορούν να σας βοηθήσουν στην ομαλή μετάβαση από τα αποσπάσματα της ΛΑΟΔ στη Δραστηριότητα 2. Για παράδειγμα, στην προηγούμενη δραστηριότητα, οι συμμετέχοντες θα μπορούσαν να εξετάσουν εάν η υλοποίηση των έργων ξεδιπλώθηκε ακριβώς όπως σχεδίαζαν ή όχι και στη συνέχεια, σε αυτή τη δραστηριότητα, να προτείνουν ορισμένους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης. Δώστε στους συμμετέχοντες 4-5 λεπτά για να διαβάσουν τα αποσπάσματα της συνέντευξης και να εργαστούν είτε ατομικά είτε σε ζεύγη. Έπειτα, ζητήστε τους να μοιραστούν τις απαντήσεις τους με όλη την ομάδα. Κατά τη διάρκεια αυτής της κοινής συζήτησης, μπορείτε να προβείτε στη δημιουργία διάφορων ομάδων παραγόντων (π.χ., παράγοντες που σχετίζονται με τους μαθητές, παράγοντες που σχετίζονται με τους εκπαιδευτικούς, παράγοντες που σχετίζονται με την τάξη, εξωτερικοί παράγοντες, παράγοντες που σχετίζονται με την αυτόνομη εργασία των μαθητών ή τη συζήτηση στην ολομέλεια της τάξης κλπ.) και στην καταγραφή τους σε έναν πίνακα καθώς οι συμμετέχοντες μοιράζονται τις ιδέες και τα παραδείγματά τους. Οι εκπαιδευτικοί θα μπορούσαν ενδεχομένως να αναφερθούν σε ορισμένους παράγοντες που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης, όπως:

- Χειρισμός της ετερογένειας της τάξης
- Τα διαφορετικά επίπεδα ετοιμότητας και/ή ικανοτήτων των μαθητών, τα ενδιαφέροντα και οι στυλ μάθησης
- Διαφορετικοί μαθησιακοί ρυθμοί μέσα στην ίδια τάξη
- Οι προϋπάρχουσες γνώσεις των μαθητών (μερικοί μαθητές (δεν) έχουν τις απαραίτητες γνώσεις για να προχωρήσουν στη νέα γνώση)
- Αντιμετώπιση προβλημάτων διαχείρισης της τάξης
- Οργάνωση της τάξης με σωστό τρόπο και υπέρβαση των υφιστάμενων / καθιερωμένων νορμών της τάξης
- Διαχείριση χρονικών περιορισμών



- Πίεση για κάλυψη ενός υπερ-φορτωμένου προγράμματος σπουδών
- Οδηγίες από το Υπουργείο/Διευθυντές σχετικά με το τι πρέπει να διδαχθεί και πώς
- Ορισμένοι δείκτες επιτυχίας που πρέπει να φτάσουν οι μαθητές μέχρι το τέλος της σχολικής χρονιάς
- Πρόβλεψη των δυσκολιών των μαθητών
- Αναγνώριση των απαιτητικών στοιχείων των έργων
- Περιορισμένη (σε περιεχόμενο ή / και παιδαγωγική) γνώση ή εμπειρία του εκπαιδευτικού
- Παρακολούθηση της ομαδικής εργασίας των μαθητών / ανταπόκριση στις ιδέες των μαθητών και προσφορά κατάλληλης υποστήριξης. Επιτυχία της κατάλληλης ισορροπίας μεταξύ της προσφοράς καθοδήγησης και της μετατόπισης της ευθύνης για την πραγματοποίηση ουσιαστικής σκέψης στους μαθητές
- Προσαρμογή του σχεδιασμού στις ανάγκες των μαθητών
- Επιλογή και αλληλουχία των στρατηγικών των μαθητών / καθοδήγηση της συζήτησης με παραγωγικό τρόπο. Αυτό απαιτεί τη λήψη αποφάσεων για το τι πρέπει να αγνοηθεί, να αναγνωριστεί απλώς ή να αναλυθεί εκτεταμένα

Μετά από αυτό, αναφέρετε ότι η αντιμετώπιση αυτής της πολυπλοκότητας δεν είναι μια εύκολη υπόθεση, αλλά είναι εφικτή όταν λαμβάνετε υπόψη και προσπαθείτε να χειριστείτε έναν ή δύο παράγοντες κάθε φορά. Επίσης, δεν ισχύουν όλοι οι παράγοντες στην πραγματικότητα της τάξη και της διδασκαλίας σας. Η γνώση αυτών των παραγόντων που επηρεάζουν το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης και η οργάνωσή τους σε ομάδες που αντανακλούν ορισμένα βασικά συστατικά που επηρεάζουν τη δουλειά και τη σκέψη των μαθητών (π.χ., παράγοντες που σχετίζονται με τους μαθητές, το περιβάλλον, τους εκπαιδευτικούς κλπ.) αποτελούν ένα πρώτο βήμα για να ξεκινήσετε το χειρισμό της επίδρασης των παραγόντων αυτών. Το σημαντικό συμπέρασμα από αυτή τη δραστηριότητα είναι ότι οι παράγοντες αυτοί δεν πρέπει να υποτιμηθούν διότι με τον ένα ή τον άλλο τρόπο μπορούν να επηρεάσουν το τι μαθαίνουν οι μαθητές. Βεβαιώστε τους εκπαιδευτικούς ότι αυτοί οι παράγοντες, ειδικά εκείνοι που σχετίζονται με τους μαθητές, θα εξεταστούν σε βάθος στην επόμενη ανάλυση περίπτωσης πρακτικής. Υπογραμμίστε, ωστόσο, ότι είναι επίσης σημαντικό να εξεταστεί το ίδιο το έργο και οι δυνατότητες του έργου ως έχει (ή με τροποποιήσεις) για τη μάθηση των μαθητών.

Στη συνέχεια, ενημερώστε τους συμμετέχοντες ότι σε αυτή την ανάλυση περίπτωσης πρακτικής θα αναστείλετε τη συζήτηση γύρω από θέματα που σχετίζονται με τους μαθητές και θα εστιάσετε περισσότερο στο έργο και τις δυνατότητές του. Θα υποθέσετε ότι, όταν εφαρμόζεται ένα έργο, μπορούν να εντοπιστούν τουλάχιστον τρεις διαφορετικές (όχι σταθερές) ομάδες μαθητών: μαθητές με υψηλή επίδοση, μαθητές με μεσαία επίδοση και μαθητές με χαμηλή επίδοση. Στις υπόλοιπες δραστηριότητες της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2, θα εξετάσετε πώς οι εκπαιδευτικοί μπορούν να προγραμματίσουν τρόπους με τους οποίους μπορούν να βοηθηθούν στο να υποστηρίξουν αυτές τις διαφορετικές ομάδες μαθητών χωρίς να μειωθεί η μαθηματική πρόκληση των έργων.



Δραστηριότητα 3 - Σχεδιασμός Χρήσης Ενεργοποιητών και Επεκτάσεων



Ενδεικτική Διάρκεια: 60 λεπτά

Το επίκεντρο αυτής της ενότητας είναι να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να καταλάβουν ότι ένας τρόπος αντιμετώπισης της πολυπλοκότητας που συζητήθηκε στην προηγούμενη δραστηριότητα είναι η ανάπτυξη και χρήση **διαβαθμισμένων έργων**. Όπως εξηγείται στη σελίδα 82 της Διδακτικής Ενότητας 2, τα διαβαθμισμένα έργα είναι μια σειρά αλληλένδετων έργων ποικίλης πολυπλοκότητας που επικεντρώνονται στο ίδιο περιεχόμενο ή στον ίδιο στόχο του προγράμματος σπουδών. Οι εκπαιδευτικοί συνήθως ζητούν από τους μαθητές να εμπλακούν σε ένα «**Βασικό έργο**»; αλλά μερικές φορές πρέπει να αναπτύξουν τους **ενεργοποιητές** για να «ενεργοποιήσουν» τη σκέψη των μαθητών όταν χρειάζονται επιπλέον υποστήριξη ή καθοδήγηση με το Βασικό έργο ώστε να προχωρήσουν, και **επεκτάσεις** για να «επεκτείνουν» τη σκέψη των μαθητών οι οποίοι χρειάζονται μεγαλύτερη μαθηματική πρόκληση από εκείνη που παρουσιάζεται από το Βασικό έργο.

Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς περίπου 10 λεπτά να διαβάσουν το έργο "Τα κουτιά" και την συνοδευτική περιγραφή μιας πραγματικής αλληλεπίδραση εκπαιδευτικού-μαθητών κατά την φάση αυτόνομης εργασίας των μαθητών και να σκεφτούν τις καθοδηγητικές ερωτήσεις που ακολουθούν. Στη συνέχεια, ξεκινήστε μια συζήτηση 10 λεπτών που επικεντρώνεται στην αποτελεσματικότητα του τρόπου που χρησιμοποίησε ο εκπαιδευτικός για να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα των έργων. Το πρώτο πράγμα που πρέπει να καταλάβουν οι εκπαιδευτικοί είναι το επίπεδο της μαθηματικής πρόκλησης του έργου σύμφωνα με τον ΟΑΕ. Ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να μοιραστούν τις απαντήσεις τους σε αυτό το ερώτημα υποστηρίζοντας τις ιδέες τους, π.χ. αυτό είναι ένα έργο ουσιαστικής ενασχόλησης με τα μαθηματικά επειδή ζητά από τους μαθητές να διερευνήσουν και να κατανοήσουν τη φύση αυτού του προβλήματος και τις υποκείμενες μαθηματικές ιδέες και σχέσεις των διαστάσεων των κουτιών. Επίσης, απαιτεί από τους μαθητές να οπτικοποιήσουν αυτήν την πραγματική κατάσταση, καθώς και να ενεργοποιήσουν τις γνώσεις τους σχετικά με τον όγκο ενός παραλληλεπίπεδου. Οι μαθητές θα πρέπει επίσης να εξετάσουν τις διαστάσεις των κουτιών και τον τρόπο με τον οποίο σχετίζονται με τις διαστάσεις του δοχείου, πριν αρχίσουν να υπολογίζουν τον όγκο είτε του δοχείου είτε των κουτιών, λαμβάνοντας υπόψη τις διαστάσεις των κουτιών ως περιορισμό και κατόπιν υπολογίζοντας τον όγκο των κουτιών και του δοχείου. Μετά από αυτό, ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να εξετάσουν κατά πόσο αυτή η πολυπλοκότητα διατηρήθηκε κατά την παρουσίαση και την υλοποίηση του έργου. Ακολουθούν ορισμένα σημεία που αξίζει να παρατηρήσετε και να συζητήσετε διευκολύνοντας τη συζήτηση:

- Ποιοι παράγοντες κατέστησαν εύκολο/δύσκολο για τον εκπαιδευτικό να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα;
- Τι νομίζετε για τον τρόπο με τον οποίο ο εκπαιδευτικός προσπάθησε να υποστηρίξει το κάθε παιδί;
- Τι πιστεύετε για την σειρά με την οποία ο εκπαιδευτικός προσέγγισε τους διάφορους μαθητές;



- Ο εκπαιδευτικός κατάφερε να διατηρήσει τη μαθηματική πρόκληση για όλους τους μαθητές;
- Υπήρχε κάτι που ο εκπαιδευτικός θα μπορούσε να είχε κάνει διαφορετικά για να διαχειριστεί πιο αποτελεσματικά την πολυπλοκότητα;

Στη συνέχεια, δίνεται στους εκπαιδευτικούς ένα απόσπασμα από ένα σχέδιο μαθήματος στο οποίο μία εκπαιδευτικός σχεδίασε να χρησιμοποιήσει «Ενεργοποιητές» και «Επεκτάσεις» ως έναν τρόπο διαχείρισης της πολυπλοκότητας του έργου «Τα κουτιά». Ζητήστε από τους εκπαιδευτικούς να διαβάσουν το απόσπασμα του σχεδίου μαθήματος και στη συνέχεια να μελετήσουν τις καθοδηγητικές ερωτήσεις. Πρώτα, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να επικεντρωθούν στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο η εκπαιδευτικός σχεδίαζε να χρησιμοποιήσει «Ενεργοποιητές» και «Επεκτάσεις» (καθοδηγητική ερώτηση 1). Για να απαντήσουν σε αυτή την ερώτηση, μπορούν να επικεντρωθούν στην περιγραφή που προηγείται κάθε ενεργοποιητή και επέκτασης και να εξετάσουν με ποιον τρόπο οι ενεργοποιητές ή οι επεκτάσεις μπορούν να βοηθήσουν τους μαθητές που ενδέχεται να έχουν δυσκολίες στο βασικό έργο και αυτούς που τελειώνουν πρώτοι, αντίστοιχα. Ειδικότερα, μπορείτε να ενθαρρύνετε τους εκπαιδευτικούς να δώσουν προσοχή στα ακόλουθα σημεία:

- Ποιοι μαθητές μπορούν να επωφεληθούν από τη χρήση αυτών των ενεργοποιητών/επεκτάσεων;
 - ο «Εισαγάγετε τον Ενεργοποιητή 1 όπως απαιτείται στους μαθητές που δεν σκέφτονται ... μια στρατηγική.»
 - ο «Παρακολουθήστε τη χρήση του Ενεργοποιητή 1 και εισαγάγετε τον Ενεργοποιητή 2 σε μαθητές που ... το ένα κουτί πάνω στο άλλο.»
 - ο «Παρακολουθήστε τη χρήση του Ενεργοποιητή 2 και εισαγάγετε τον Ενεργοποιητή 3 στους μαθητές ... μήκος και ύψος).»
 - ο «Κατά τη διάρκεια της αυτόνομης εργασίας για την ερώτηση α και β, οι μαθητές που ολοκληρώνουν γρήγορα και με ακρίβεια τις ερωτήσεις α και β... πρέπει να λάβουν Ενεργοποιητές 1 & 2».
- Ποια είναι η βασική ιδέα με την οποία θα δουλέψει κάθε ομάδα μαθητών;
- Ποιο θα πρέπει να είναι το απαιτούμενο επίπεδο ικανότητας / ετοιμότητας / γνώσης ενός μαθητή που χρησιμοποιεί π.χ. τον Ενεργοποιητή 1;

Η δεύτερη καθοδηγητική ερώτηση πρέπει να βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να αρχίσουν να σκέφτονται σταδιακά τη συμβολή ενεργοποιητών και επεκτάσεων στο χειρισμό της πολυπλοκότητας των έργων κατά την παρουσίαση και υλοποίηση των έργων. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν ενδεχομένως να συζητήσουν ότι κάθε τάξη χαρακτηρίζεται από ετερογένεια όσον αφορά το επίπεδο ικανότητας των μαθητών, το επίπεδο ετοιμότητας/προϋπαρχουσών γνώσεων και το ρυθμό μάθησης. Ως εκ τούτου, ο εκπαιδευτικός πρέπει να βρει έναν τρόπο να βοηθήσει τους μαθητές να εργαστούν με το περιεχόμενο σε ένα κατάλληλο επίπεδο πρόκλησης. Ένας τρόπος να γίνει αυτό είναι η χρήση «Ενεργοποιητών» και «Επεκτάσεων» που είναι σε επίπεδο που βασίζεται στις προηγούμενες γνώσεις των μαθητών και ενθαρρύνει τη συνεχιζόμενη μάθηση (όντας τέτοια, αυτά τα έργα αντιστοιχούν στην ιδέα του Vygotsky για εργασία με τους μαθητές



στα πλαίσια της Ζώνης Επικείμενης Ανάπτυξής τους). Τα διαβαθμισμένα έργα διευκολύνουν τον εκπαιδευτικό να διαχειριστεί την πολυπλοκότητα των έργων επειδή:

- Βοηθούν όλους τους μαθητές να επικεντρωθούν σε βασικές/πυρηνικές έννοιες και ιδέες
- Επιτρέπουν στους μαθητές να ξεκινήσουν να μαθαίνουν από εκεί που βρίσκονται τώρα
- Προσαρμόζουν το έργο με βάση την πολυπλοκότητα, τον αριθμό των βημάτων και την ανεξαρτησία για να διασφαλιστεί ότι οι μαθητές εργάζονται σε κατάλληλα απαιτητικά έργα (όχι πολύ δύσκολα, όχι πολύ εύκολα)
- Επεκτείνουν τις έννοιες και τις ανάλογα με στην ετοιμότητα των μαθητών
- Επιτρέπουν στους μαθητές να οργανώσουν τη δουλειά τους σύμφωνα με τον τρόπο στυλ μάθησής τους και χρησιμοποιούν ποικίλες/α πηγές/ υλικά σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας
- Επιτρέπουν σε όλους τους μαθητές να συμμετάσχουν και να μάθουν (π.χ., οι μαθητές που βαριούνται ή βρίσκουν δύσκολο το Βασικό Έργο συνήθως μπορεί να διακόψουν το μάθημα)
- Ενεργοποιούν τους μαθητές που χρειάζονται περισσότερη υποστήριξη και καθοδήγηση στο «Βασικό Έργο» και επεκτείνουν τη σκέψη εκείνων των μαθητών που κατάφεραν να επιλύσουν το έργο αρκετά γρήγορα και με ακρίβεια

Στη συνέχεια, δίνεται στους εκπαιδευτικούς ένα κείμενο το οποίο χρησιμοποιεί μια συγκεκριμένη μεταφορά (δηλ., «Η Σκάλα της Διαφοροποίησης Έργων») για να τους βοηθήσει να κατανοήσουν το ρόλο των Ενεργοποιητών και των Επεκτάσεων (δηλ. των Διαβαθμισμένων Έργων) ως δύο χρήσιμα εργαλεία διαφοροποίησης. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς 5-6 λεπτά να διαβάσουν το κείμενο και ξεκινήστε μια συζήτηση ζητώντας τους να περιγράψουν και να εξηγήσουν την αναπαράσταση στη σελίδα 81 και τι κατάλαβαν από την ανάγνωση του κειμένου. Μπορείτε να έχετε την αναπαράσταση σε μια διαφάνεια Power Point για να βοηθήσετε τη συζήτηση να κυλήσει ομαλά και να τονίσετε το νόημα πίσω από αυτή τη μεταφορά: Το εκτεταμένο έργο (επέκταση) βοηθά έναν εκπαιδευτικό να διαφοροποιήσει το Βασικό Έργο τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα πάνω, ορισμένοι μαθητές μπορεί να είναι έτοιμοι να εργαστούν με το βασικό έργο ενώ άλλοι πρέπει να εργαστούν σε μια τροποποιημένη εκδοχή του βασικού έργου, τουλάχιστον ένα επίπεδο προς τα κάτω (ενεργοποιητής), επειδή δεν διαθέτουν τις απαραίτητες γνώσεις. Βοηθήστε τους εκπαιδευτικούς, μέσω αυτής της συζήτησης, να συνειδητοποιήσουν ότι η σκάλα μπορεί να αποτελείται από περισσότερα από ένα σκαλιά ενεργοποιητών και επέκτασης, ανάλογα με τη σύνθεση της τάξης, τη δυσκολία του έργου, τα ενδιαφέροντα των μαθητών, τα επίπεδα ετοιμότητας, κλπ. Στην πραγματικότητα, κάθε σκαλί στην σκάλα μπορεί να αντιστοιχεί σε διαφορετική ομάδα μαθητών, ανάλογα με τα επίπεδα ετοιμότητας των μαθητών, τα ενδιαφέροντα, τις προηγούμενες γνώσεις και τις δυσκολίες. Κατά τη διάρκεια αυτής της συζήτησης, θα μπορούσε επίσης να τονιστεί ότι η απλοποιημένη εκδοχή της σκάλας (με τρία σκαλιά) μπορεί να χρησιμεύσει ως σημείο εκκίνησης για τη διαχείριση της πολυπλοκότητας. Μόλις οι εκπαιδευτικοί είναι άνετοι να δουλεύουν με έργα σε τρία επίπεδα, μπορούν να εργαστούν στην ενσωμάτωση περισσότερων σκαλιών / τροποποιημένων έργων στη διδασκαλία τους.



Στο επόμενο μέρος αυτής της δραστηριότητας, οι εκπαιδευτικοί λαμβάνουν τρία μαθηματικά έργα² ως «Βασικά Έργα» και καλούνται να δημιουργήσουν μια διαβαθμισμένη δραστηριότητα η οποία μπορεί να έχει ένα ή περισσότερα επίπεδα ετοιμότητας (επίπεδα προς τα πάνω και προς τα κάτω), έτσι ώστε όλοι οι μαθητές να συμμετέχουν και να μαθαίνουν. Ανάλογα με τον διαθέσιμο χρόνο και τις ανάγκες του ακροατηρίου σας, μπορείτε να αφήσετε τους συμμετέχοντες να εργαστούν σε ένα ή περισσότερα από αυτά τα έργα (π.χ., ίσως προτιμάτε να παραλείψετε το έργο χαμηλότερων βαθμίδων πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης εάν οι συμμετέχοντες είναι εκπαιδευτικοί υψηλότερων βαθμίδων). Ο στόχος είναι για κάθε εκπαιδευτικό να προτείνει τουλάχιστον έναν Ενεργοποιητή και τουλάχιστον μια Επέκταση για τουλάχιστον ένα από τα έργα, προκειμένου να εφαρμόσει αυτά που έμαθε από τα προηγούμενα μέρη της δραστηριότητας. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς περίπου 10 λεπτά να εργαστούν σε αυτό το έργο ατομικά ή σε ζεύγη. Στη συνέχεια, εάν υπάρχει διαθέσιμος χρόνος, αρχίστε μια συζήτηση στην οποία οι εκπαιδευτικοί θα παρουσιάσουν τις ιδέες/ προτάσεις τους (όχι απαραίτητα σε γραπτή μορφή). Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε έναν πίνακα ή μια διαφάνεια Power Point για να καταγράψετε τις ιδέες τους και να τις μοιραστείτε μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου μετά από τη σημερινή συνάντηση. Κάθε φορά ζητήστε τους να εξηγήσουν στους άλλους συμμετέχοντες πώς σκέφτηκαν τους διάφορους «βαθμούς δυσκολίας» στα διάφορα επίπεδα/ομάδες μαθητών χρησιμοποιώντας τη γλώσσα διαφοροποίησης (π.χ., πιο δομημένα/ανοικτά έργα, παροχή λιγότερης/μεγαλύτερης ανεξαρτησίας, για μαθητές με πιο αργό/γρήγορα ρυθμό μάθησης, απλούστερο/πιο σύνθετο έργο /ερώτηση, βαθμοί δυσκολίας/ ετοιμότητας, ενδιαφέρον, ελκυστικό, επικεντρώνεται σε βασικές/σημαντικές ιδέες, για προχωρημένους μαθητές/μαθητές που δυσκολεύονται κ.λπ.). Εάν δεν υπάρχει αρκετός χρόνος για να γίνει αυτό, μέρος αυτής της συζήτησης θα μπορούσε να ενσωματωθεί στην Καταληκτική δραστηριότητα.

Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 1 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Ουσιαστική Ενασχόληση με τα Μαθηματικά):

Πιθανοί Ενεργοποιητές	Πιθανές Επεκτάσεις
<p>1. Για τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση του ποιο είναι το αριθμητικό κόλπο αριθμών: Δοκιμάστε μερικά παραδείγματα μόνοι σας. - Παίρνετε πάντα ένα πολλαπλάσιο του 11; - Μπορείτε να εξηγήσετε γιατί; Μπορείτε να</p>	<p>1. Για τους μαθητές που κατάλαβαν και χρησιμοποίησαν την αναπαράσταση του Τσάρλι για να εξηγήσουν πώς δούλεψαν τα δύο αριθμητικά κόλπα: Μόλις μπορέσετε να εξηγήσετε τι συμβαίνει με αυτά τα κόλπα, προτείνετε ένα ή δύο παρόμοια κόλπα και</p>

² Οι συμμετέχοντες μπορεί να θεωρήσουν ότι τα προτεινόμενα έργα δεν είναι κοντά στα έργα που χρησιμοποιούν στην καθημερινή τους πρακτική και ενδέχεται να αντιμετωπίσουν δυσκολίες στο να σκεφτούν και να αναπτύξουν ενεργοποιητές και επεκτάσεις. Έτσι, είναι δυνατό να αξιοποιηθούν έργα που φέρνουν οι συμμετέχοντες ή χρησιμοποιούν στα μαθήματά τους και να αναπτυχθούν επεκτάσεις και ενεργοποιητές για αυτά. Εναλλακτικά, η συζήτηση θα μπορούσε να επικεντρωθεί σε ένα από τα δοσμένα έργα (π.χ., το δεύτερο), ώστε οι συμμετέχοντες να εργαστούν ως ομάδα για την αναγνώριση των γνωστικών απαιτήσεων και την εισήγηση τρόπων διαφοροποίησης του έργου.



χρησιμοποιήσετε υλικά, σχέδια, αριθμούς, σύμβολα ή γράμματα αν νομίζετε ότι αυτό θα σας βοηθήσει.

2. Για τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην εξήγηση του τρόπου με τον οποίο λειτουργήσε το αριθμητικό κόλπο (ερώτημα α):

Χρησιμοποιήστε τον παρακάτω πίνακα για να καταγράψετε τον αριθμό που έχετε επιλέξει, τον αριθμό που προσθέσατε και το τελικό αποτέλεσμα.

Επιλεγμένος Αριθμός	Ανεστραμμένος Αριθμός	Αποτέλεσμα
42	24	66

Τι παρατηρείτε;

3. Για τους μαθητές που αντιμετωπίζουν δυσκολίες στην κατανόηση των εξηγήσεων του Τσάρλυ (Ερώτηση β), μπορείτε να τους ζητήσετε πρώτα να επεξεργαστούν την παρακάτω εξήγηση και μετά να τους ζητήσετε να χρησιμοποιήσουν αυτήν την αναπαράσταση για να εξηγήσουν πώς λειτουργούν τα αριθμητικά κόλπα

Η Άλison κανόνισε το αριθμητήριο για να δείξει τέσσερις δεκάδες και δύο μονάδες για τον αριθμό 42 και δύο δεκάδες και τέσσερις μονάδες για τον αριθμό 24. Στη συνέχεια, έβαλε τις τέσσερις μονάδες με τις τέσσερις δεκάδες και τις δύο μονάδες με τις δύο δεκάδες, δίνοντας έξι ομάδες των έντεκα.

Ζητήστε από τον φίλο / δάσκαλο σας να σας εξηγήσει πώς λειτουργεί.

2. Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς:

A) Επιλέξτε τρία διαφορετικά ψηφία A, B και Γ, με $A > B > \Gamma$ (π.χ., 8, 6 και 3). Εξετάστε τις διαφορές μεταξύ των διψήφων αριθμών που μπορείτε να κάνετε και των αντιστροφών τους (π.χ. 86-68, 63-36, 83-38) και στη συνέχεια προσθέστε αυτά τα τρία αποτελέσματα. Δείξτε ότι έχετε πάντα ένα πολλαπλάσιο του 18. Εξηγήστε τη σκέψη σας.

Η

B) Βρείτε παραδείγματα που ταιριάζουν στον κανόνα:
 $AB + \Gamma\Delta = \Delta\Gamma + \text{BA}$,

χωρίς κανένα από τα τέσσερα ψηφία να είναι το ίδιο (π.χ. $97 + 24 = 42 + 79$).

Ποιος γενικός κανόνας πρέπει να ισχύει; Γιατί;

Πηγή: <https://nrich.maths.org/11215>

Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 2 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Ουσιαστική Ενασχόληση με τα Μαθηματικά):

Πιθανοί Ενεργοποιητές

1. Για τους μαθητές που δεν έχουν κάποια αποτελεσματική στρατηγική για την ολοκλήρωση της απόδειξης, μπορεί να τεθούν τα ακόλουθα ερωτήματα για να εκμαιεύσουν τη σκέψη τους (2):

Καθώς μετακινείτε τα σημεία A, B κλπ., τι παρατηρήσατε σχετικά με:

- ο Το είδος του τετράπλευρου;
- ο Τις πλευρές του τετράπλευρου;
- ο Τις γωνίες του τετράπλευρου;
- ο Τις διαγωνίους του τετράπλευρου;

Μπορείτε να καταλήξετε σε ένα συμπέρασμα με βάση τις παρατηρήσεις σας;

2. Για τους μαθητές που δεν έχουν μια αποτελεσματική στρατηγική για την ολοκλήρωση της απόδειξης, μπορεί να τεθούν τα ακόλουθα ερωτήματα για να εκμαιεύσουν τη σκέψη τους (3):

Κάντε τους μαθητές να προβληματιστούν για τα διαφορετικά είδη τριγώνων και να σκεφτούν όλα τα πιθανά είδη διαφόρων τριγώνων: σκαλινά, ορθογώνια, ισοσκελή, ισόπλευρα και ορθογώνια ισοσκελή τρίγωνα.

ο Πώς ξέρετε ότι έχετε σκεφτεί όλες τις πιθανές περιπτώσεις; Εξετάστε αν έχει σημασία ποια γωνία των

Πιθανές Επεκτάσεις

1. Μερικοί μαθητές θα παρέχουν ολοκληρωμένες και σωστές απαντήσεις σε όλα τα στοιχεία του έργου. Πιθανές ερωτήσεις και έργα για την επέκταση της δουλειάς και της σκέψης τους:

Πώς θα αλλάξει το σχήμα του DFE καθώς αλλάζει το τρίγωνο ABC αν σχεδιάσουμε τμήματα που συνδέουν όλα τα διαδοχικά μέσα σημεία D, F και E;

2. Για όσους τελειώνουν νωρίς:

Στην Εικόνα 2, τα σημεία E, F, G, H είναι τα μέσα των πλευρών του ABCD. Διερευνήστε ποιος τύπος τετράπλευρου είναι το EFGH; Μελετήστε τον τρόπο με τον οποίο αλλάζει το τετράπλευρο EFGH όταν αλλάζει το τετράπλευρο ABCD. Έτσι ο τύπος του EFGH συνδέεται με το τετράπλευρο ABCD.

τριγώνων (γωνία Β ή διαφορετική γωνία) θεωρούμε ότι είναι, για παράδειγμα, η ορθή γωνία. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε τον παρακάτω πίνακα για να καταγράψετε τις παρατηρήσεις σας.

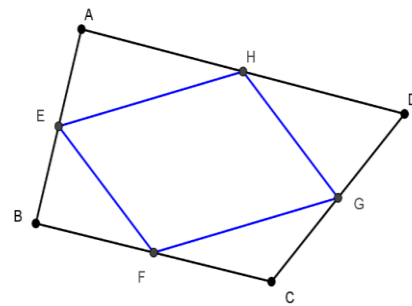
Πίνακας 1

Τύπος Τριγώνου ABC	Τύπος Γωνιάς Β	Τύπος τετράπλευρου BDFE

Πιστεύετε ότι η ένωση των μεσαίων σημείων οποιουδήποτε τριγώνου θα δημιουργήσει ένα σχήμα που είναι π.χ. παραλληλόγραμμο; Πώς θα μπορούσατε να δοκιμάσετε αυτήν την ιδέα;

3. Κάνετε τις ακόλουθες ερωτήσεις σε μαθητές που βρίσκουν σωστά τη σχέση μεταξύ του τετράπλευρου BDFE και του τριγώνου ABC και δώστε τους δουλειά για να υποστηρίξουν το συμπέρασμα ότι το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο, αλλά μην εξάγετε αυτό το συμπέρασμα ξεκάθαρα:

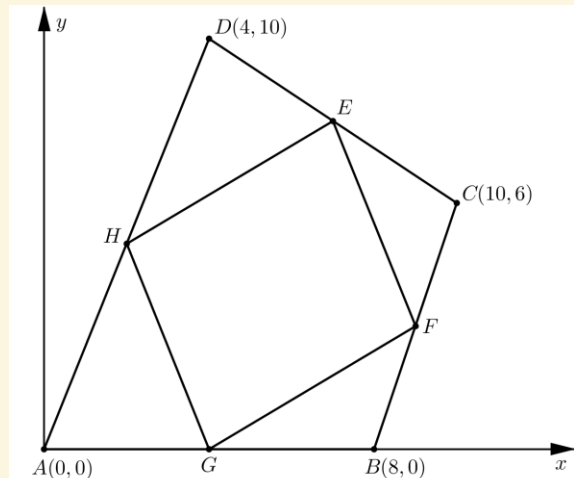
- Μπορείτε να εξηγήσετε πώς μπορείτε να δείξετε ότι το σχήμα είναι παραλληλόγραμμο;
- Ποιο είναι το συμπέρασμα σας; Είναι αυτό το τετράπλευρο παραλληλόγραμμο; Γιατί;



Εικόνα 1

3. Για όσους τελειώνουν νωρίς:

Στο Σχήμα 2, τα σημεία E, F, G, H είναι τα μέσα των πλευρών. Δείξτε ότι το τετράπλευρο που σχηματίζεται με τη σύνδεση των μέσων των πλευρών του τετράπλευρου ABCD (σημεία E, F, G και H) είναι ένα παραλληλόγραμμο.



Πιθανοί ενεργοποιητές και επεκτάσεις για το Έργο 3 (Επίπεδο Πρόκλησης Βασικού Έργου: Ουσιαστική Ενασχόληση με τα Μαθηματικά):³

Πιθανοί Ενεργοποιητές

1. Για τους μαθητές που δεν ξέρουν πώς να ξεκινήσουν:
 - Οργανώστε τα δεδομένα και τα ζητούμενα σε έναν πίνακα.
 - Τι γνωρίζετε για τα σημεία A και B; Πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτές τις πληροφορίες;
 - Τι γνωρίζετε για το σημείο Γ; Πώς μπορείτε να χρησιμοποιήσετε αυτές τις πληροφορίες;

Πιθανές Επεκτάσεις

1. Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς:
 - Σκεφτείτε έναν διαφορετικό τρόπο επίλυσης του προβλήματος. Πώς σχετίζεται με την προσέγγιση που ακολουθήσατε; Πώς διαφέρει;

³ Οι προτεινόμενοι ενεργοποιητές και οι επεκτάσεις βασίζονται στην πιθανή λύση του έργου που βρίσκεται στο Παράρτημα 6.

- Πώς μπορείτε να καταλάβετε το εμβαδόν του τριγώνου;	
2. Για μαθητές που δυσκολεύονται με την ερώτηση 1.1: Παρέχετε στους μαθητές ένα παρόμοιο έργο στο οποίο το τρίγωνο δεν θα περιέχεται σε έναν κύκλο. Οι μαθητές δίδονται στις συντεταγμένες των Α, Β και Γ και καλούνται να λύσουν την ερώτηση 1.1 (για να βρουν το εμβαδόν του τριγώνου ADE).	2. Για αυτούς που τελειώνουν νωρίς: Εξηγήστε πώς θα αλλάξει το πρόβλημα (με ποιους τρόπους): α) Αν το AC ήταν διάμετρος κύκλου; β) Εάν τα σημεία Α και Β δεν ήταν στον άξοναΟy;
3. Για μαθητές που δυσκολεύονται με τον προσδιορισμό του εμβαδού του τριγώνου ADE: Θα μπορούσε να τους δοθεί το ίδιο έργο (χωρίς την πλευρά DE και τις πληροφορίες για τη DE) και να τους ζητηθεί να βρουν τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ αντί να τους ζητηθεί να βρουν το εμβαδόν του τριγώνου.	

Μετά από την εργασία στην ανάπτυξη ενεργοποιητών και επεκτάσεων για τα συγκεκριμένα έργα αυτής της δραστηριότητας, οι εκπαιδευτικοί μπορούν να διαβάσουν τις αρχές της τροποποίησης έργων στη σελίδα 85 και να σκεφτούν ατομικά για 2 λεπτά αν οι τροποποιημένες εκδοχές τους λαμβάνουν υπόψη αυτές τις αρχές διαφοροποίησης. Στη συνέχεια, μπορείτε να δημιουργήσετε μια συζήτηση με όλη την ομάδα για να μοιραστείτε τις ιδέες/απαντήσεις τους και να εξηγήσετε αυτές τις αρχές. Μπορείτε να μοιραστείτε το διάγραμμα που βρίσκεται στο Παράρτημα 5 με τους εκπαιδευτικούς, το οποίο μπορεί να τους βοηθήσει στην ανάπτυξη διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων στο μέλλον.

Συνδέσεις με την Πρακτική (μου)

Ενδεικτική Διάρκεια: 10 λεπτά

Σε αυτή τη δραστηριότητα, οι εκπαιδευτικοί καλούνται να οπτικογραφήσουν ένα μάθημα στο οποίο θα διδάξουν ένα έργο με μαθηματική πρόκληση και θα χρησιμοποιήσουν 2-3 πρακτικές διαφοροποίησης που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση (η καταληκτική δραστηριότητα θα τους βοηθήσει να κωδικοποιήσουν αυτές τις πρακτικές). Για ορισμένα από τα διαδικαστικά που σχετίζονται με την οπτικογράφηση, μπορείτε να διαβάσετε τις λεπτομερείς οδηγίες στη δραστηριότητα *Συνδέσεις με την πρακτική (μου)* στην Ανάλυση Περίπτωσης Πρακτικής 1. Βεβαιωθείτε ότι οι εκπαιδευτικοί καταλαβαίνουν ότι πρέπει να διαφοροποιήσουν το έργο προς τα πάνω και προς τα κάτω για να βοηθήσουν όλους τους μαθητές να εργαστούν παραγωγικά σε αυτό. Τέλος, οι εκπαιδευτικοί πρέπει να επιλέξουν και να σας στείλουν τα επιλεγμένα αποσπάσματα που είναι ενδεικτικά των προσπαθειών τους να διαφοροποιήσουν την προσέγγισή τους ανεξάρτητα από το πόσο επιτυχημένες ήταν αυτές οι προσπάθειες. Το επίκεντρο αυτής της συγκεκριμένης δραστηριότητας είναι να (α) παρακολουθήσουν το μάθημά τους, (β) να παρατηρήσουν πώς έχουν εφαρμόσει κάποιες πρακτικές διαφοροποίησης όπως συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση με τους μαθητές τους, (γ) να εξετάσουν εάν αυτές οι πρακτικές βοήθησαν όλους τους μαθητές να εμπλακούν παραγωγικά στο έργο, (δ) να εντοπίσουν τα πιθανά προβλήματα που αντιμετώπισαν

κατά τη διάρκεια της υλοποίησης του έργου. Θυμηθείτε να δώσετε οδηγίες σχετικά με το τι πρέπει να οπτικογραφηθεί, πώς θα γίνει το στήσιμο της οπτικογράφησης και ποια είναι τα σημεία εστίασης (οι καθοδηγητικές ερωτήσεις που μπορούν να βοηθήσουν τους εκπαιδευτικούς να καταλάβουν το επίκεντρο της δραστηριότητας).

Καταληκτική Δραστηριότητα

 **Ενδεικτική Διάρκεια:** 5 λεπτά

Αυτή είναι μια σύντομη δραστηριότητα που θα βοηθήσει τους εκπαιδευτικούς να κωδικοποιήσουν τις πρακτικές διαφοροποίησης που συζητήθηκαν στη σημερινή συνάντηση. Επιτρέψτε στους εκπαιδευτικούς 4-5 λεπτά να εργαστούν σε ζεύγη και να ονομάσουν κάποιες στρατηγικές διαφοροποίησης που έχουν εξετάσει για την προσαρμογή του επιπέδου της μαθηματικής πρόκλησης ενός συγκεκριμένου έργου. Μπορείτε να κωδικοποιήσετε τις πρακτικές διαφοροποίησης σε ένα αρχείο word και να το μοιραστείτε με τους εκπαιδευτικούς μέσω ηλεκτρονικού ταχυδρομείου μετά τη σημερινή συνάντηση. Οι εκπαιδευτικοί μπορούν να αναφερθούν στις ακόλουθες στρατηγικές διαφοροποίησης:

- Ανάπτυξη διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων για τουλάχιστον τρία επίπεδα μαθητών (αυτών που είναι σε εισαγωγικό επίπεδο, εκείνων που βρίσκονται σε βασικό επίπεδο και εκείνων που είναι ικανοί για έργα με πιο εις βάθος και υψηλότερου επιπέδου σκέψης)
 - ο Ενεργοποιητές: για τους μαθητές (όχι απαραίτητα τους ίδιους μαθητές κάθε φορά) που χρειάζονται κάποιο είδος υποστήριξης για να «ενεργοποιήσουν» τη σκέψη τους στο βασικό έργο
 - ο Επεκτάσεις: για τους μαθητές (όχι απαραίτητα τους ίδιους κάθε φορά) που μπορούν να προχωρήσουν κάποια βήματα πέρα από το βασικό έργο
- Τροποποίηση της πολυπλοκότητας των έργων (είτε προς τα επάνω είτε προς τα κάτω) χρησιμοποιώντας ένα ή συνδυασμούς των ακόλουθων προσεγγίσεων:
 - ο Προσθέτοντας ή αφαιρώντας τους περιορισμούς του έργου
 - ο Αλλαγή των συνθηκών του προβλήματος
 - ο Αλλαγή των αριθμών του προβλήματος
 - ο Προτροπή για γενικεύσεις και παρατηρήσεις μοτίβων
 - ο Προτροπή για μια άλλη / διαφορετική λύση
 - ο Εισαγωγή εμποδίων στη λύση
 - ο Περιορισμός των παρεχόμενων πληροφοριών του προβλήματος / αναπαραστάσεων
 - ο Μελετώντας συγκεκριμένες περιπτώσεις εκτός πλαισίου/σεναρίου
 - ο Προσθέτοντας ερωτήσεις όπως:
 - Τι γίνει αν ...; Θα ήταν δυνατό...;
 - Γιατί;

ο Πόσες λύσεις υπάρχουν; Πώς ξέρουμε ότι τις βρήκαμε όλες;

Κύρια Σημεία της Ανάλυσης Περίπτωσης Πρακτικής 2

- Ένας εκπαιδευτικός θα μπορούσε να μετατρέψει ένα γνωστικά απαιτητικό έργο σε έργο χωρίς μαθηματική πρόκληση, ή αντίστροφα. Όπως αναφέρθηκε στη Δραστηριότητα 2, υπάρχουν διάφοροι παράγοντες που θα μπορούσαν να το επηρεάσουν, όπως η γνώση του



διδασκαλίας μαθηματικών, η ετοιμότητα των μαθητών και οι προηγούμενες γνώσεις, οι καθοδηγητικές γραμμές που δίδονται από τους επιθεωρητές ειδικών επί του θέματος σχετικά με το τι και πώς να διδαχθεί, πίεση για την κάλυψη του προγράμματος σπουδών κλπ.

- Η Σκάλα της Διαφοροποίησης: Ένας τρόπος να παραμείνουν **όλοι** οι μαθητές επικεντρωμένοι σε βασική εννοιολογική κατανόηση αλλά σε διαφορετικά επίπεδα πολυπλοκότητας, αφαιρετικότητας και ανοιχτής σκέψης, έτσι ώστε κάθε μαθητής να προκληθεί κατάλληλα, σχετίζεται με την ανάπτυξη και τη χρήση δραστηριοτήτων **διαβαθμισμένων δραστηριοτήτων** (δηλ., ενεργοποιητές και επεκτάσεις). Οι **Ενεργοποιητές** προσφέρουν επιπλέον υποστήριξη και καθοδήγηση στους μαθητές για το βασικό έργο, ενώ οι **Επεκτάσεις** παρέχουν μεγαλύτερη μαθηματική πρόκληση από αυτή που παρέχει το βασικό έργο σε μαθητές που έχουν ήδη επιλύσει το βασικό έργο.
- Κατά την ανάπτυξη ενεργοποιητών και επεκτάσεων, να έχετε υπόψη σας ότι:
 - Ένας μαθητής μπορεί να ανήκει στην πρώτη ομάδα για ένα έργο και στη δεύτερη για άλλο.
 - Τα έργα πρέπει να επικεντρώνονται στους μαθησιακούς στόχους και στις βασικές έννοιες.
 - Τα έργα πρέπει να ανταποκρίνονται στις ειδικές μαθησιακές ανάγκες διαφορετικών ομάδων ανάλογα με την ικανότητα, την ετοιμότητα, το βαθμό υποστήριξης που απαιτείται και τις προτιμήσεις μάθησης.
 - Όλα τα έργα πρέπει να είναι ελκυστικά και ενδιαφέροντα
 - Οι επεκτάσεις δεν πρέπει να είναι απλώς "περισσότερη δουλειά" και οι ενεργοποιητές δεν πρέπει να αντιπροσωπεύουν «απλούστερες» εκδοχές του βασικού έργου.

© Υλικό ΠΠ