

# ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΥ ΣΧΗΜΑΤΟΣ ΣΤΗΝ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗ ΗΛΙΚΙΑ

Κυριακούλλα Ευαγγέλου<sup>1</sup> & Ιλιάδα Ηλία<sup>2</sup>

Τμήμα Επιστημών της Αγωγής, Πανεπιστήμιο Κύπρου

kevang01@ucy.ac.cy<sup>1</sup>, iliada@ucy.ac.cy<sup>2</sup>

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

*Η παρούσα έρευνα διερευνά τις ικανότητες των παιδιών προσχολικής ηλικίας στην αντιληπτική και λειτουργική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και τη διαφοροποίηση που μπορεί να παρουσιάζει η επιτυχία των παιδιών στους δύο αυτούς τύπους σύλληψης. Αναπτύχθηκε και χορηγήθηκε ένα δοκίμιο με ποικίλα έργα αντιληπτικής και λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικών σχημάτων σε 41 παιδιά προσχολικής ηλικίας. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η αναδιοργάνωση σχήματος είναι μια σύνθετη πτυχή της λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος για τα παιδιά, ενώ η αντιληπτική ικανότητα εμφανίζεται να διακρίνεται σε τρεις διαφορετικές κατηγορίες, με μικρότερο, παρόμοιο ή και μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας από πτυχές της λειτουργικής κατανόησης.*

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΚΑΙ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ

Η κατανόηση του γεωμετρικού σχήματος είναι μια βασική περιοχή της γεωμετρίας η οποία αποτελεί σημαντικό συστατικό στοιχείο της γνωστικής ανάπτυξης (π.χ. Duval, 1995, 1999).

Παρά την έμφαση που δίνεται στη βιβλιογραφία για τις γεωμετρικές ικανότητες των μικρών παιδιών (π.χ., Sarama & Clements, 2009), ελάχιστες είναι οι έρευνες που έχουν αξιολογήσει τις ικανότητες των παιδιών στην κατανόηση του γεωμετρικού σχήματος. Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος της ερευνητικής μας προσπάθειας για την εξέταση της δομής της κατανόησης του γεωμετρικού σχήματος στα παιδιά προσχολικής ηλικίας. Συγκεκριμένα, σε αυτό το κείμενο παρουσιάζεται η πιλοτική εφαρμογή του ερευνητικού εργαλείου που έχει αναπτυχθεί για αυτό το σκοπό στη βάση της γνωστικής θεωρίας του Duval (1995, 1999) για τη γεωμετρική σκέψη.

Ο Duval (1995, 1999) διέκρινε τέσσερις τύπους σύλληψης του γεωμετρικού σχήματος: την αντιληπτική, τη λειτουργική, τη διαδικαστική και τη λεκτική. Η αντιληπτική σύλληψη αναφέρεται στην αναγνώριση του σχήματος στο χώρο ή στο βάθος. Στην πραγματικότητα, η αντίληψη του καθενός για το τι δείχνει το σχήμα καθορίζεται από τους σχηματικούς νόμους οργάνωσης και τις εικονικές νύξεις. Η αντιληπτική σύλληψη δείχνει την ικανότητα του ατόμου να ονομάζει το σχήμα και την ικανότητα αναγνώρισης των υπο-σχημάτων του. Οι Sarama και Clements (2009) κάνουν αναφορά για μία ακόμη πτυχή της αντιληπτικής σύλληψης, η οποία σχετίζεται με την ικανότητα του ατόμου να εντοπίζει σχήματα σε γεωμετρικές

συνθέσεις. Η ικανότητα αυτή διακρίνεται σε δύο άλλες υποκατηγορίες, τις οποίες οι ίδιοι ερευνητές διαχωρίζουν ως προς το βαθμό δυσκολίας. Συγκεκριμένα, η μία υποκατηγορία αναφέρεται στην αναγνώριση σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση στην οποία η επιφάνεια του σχήματος δεν διαπερνάται από άλλα ευθύγραμμα τμήματα και η άλλη στην αναγνώριση σχήματος που η επιφάνειά του διαπερνάται από ευθύγραμμα τμήματα κάποιας άλλης δομής της σύνθεσης.

Η λειτουργική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος εξαρτάται από τους διάφορους τύπους τροποποίησης του σχήματος: τη μερεολογική (mereologic) τροποποίηση, την οπτική και την αλλαγή θέσης.

Η διαδικαστική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων (Duval, 1995, 1999) απαιτείται κατά την κατασκευή του σχήματος ή κατά την περιγραφή του τρόπου κατασκευής του σχήματος. Η λεκτική σύλληψη σχετίζεται με το γεγονός ότι οι μαθηματικές σχέσεις ενός σχήματος δεν μπορούν να προσδιοριστούν μόνο από την αντιληπτική σύλληψή του, αλλά απαιτείται και η λεκτική κατανόηση. Από τα πιο πάνω, είναι εμφανές ότι τα παιδιά στην προσχολική ηλικία τείνουν να έχουν ευκολότερα πρόσβαση στην αντιληπτική και λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος παρά στη λεκτική και διαδικαστική σύλληψη οι οποίες προϋποθέτουν μια πιο θεωρητική και αφηρημένη προσέγγιση για την έννοια του σχήματος.

Παρόλα αυτά, συχνά η λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος συχνά αποκλείεται από τις εμπειρίες που προσφέρει στα παιδιά η νηπιοσχολική εκπαίδευση. Όμοια και στον ερευνητικό χώρο, υπάρχει περιορισμένος αριθμός ερευνών που έχουν ασχοληθεί με διαδικασίες που εμπίπτουν στη λειτουργική κατανόηση.

## Σκοπός και ερευνητικά ερωτήματα

Η παρούσα έρευνα έχει σκοπό να διερευνήσει τις ικανότητες των παιδιών νηπιοσχολικής ηλικίας στην αντιληπτική και λειτουργική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων, καθώς και τη διαφοροποίηση που μπορεί να παρουσιάζει η επιτυχία των παιδιών στους δύο αυτούς τύπους σύλληψης σχημάτων. Ειδικότερα, η έρευνα αυτή καλείται να απαντήσει τα πιο κάτω ερευνητικά ερωτήματα:

1. Ποια είναι η επίδοση των παιδιών στην αντιληπτική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος και στις επιμέρους πτυχές της;
2. Ποιες είναι οι παράμετροι που διαφοροποιούν το βαθμό δυσκολίας των έργων αντιληπτικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος;
3. Ποια είναι η επίδοση των παιδιών στη λειτουργική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος και στις επιμέρους πτυχές της;
4. Ποιες είναι οι παράμετροι που διαφοροποιούν το βαθμό δυσκολίας των έργων λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος;

5. Ποιες διαφορές παρουσιάζουν οι επιδόσεις των παιδιών ανάμεσα στην αντιληπτική σύλληψη και στη λειτουργική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων και στις επιμέρους πτυχές τους;

## ΜΕΘΟΔΟΛΟΓΙΑ

### Ερευνητικό εργαλείο

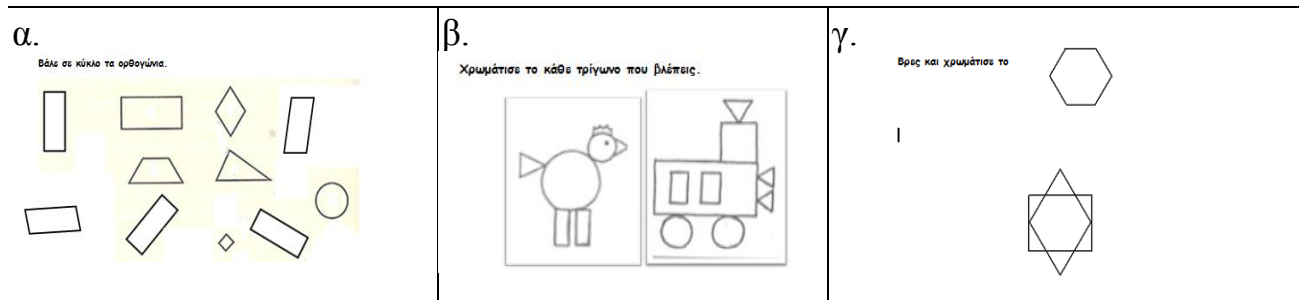
Στη βάση των θεωρητικών προσεγγίσεων του Duval (1995, 1999) και των Sarama και Clements (2009) αλλά και των έργων που οι ίδιοι πρότειναν ή χρησιμοποίησαν στις έρευνές τους, αναπτύχθηκε ένα δοκίμιο όπου πέρα από την αντιληπτική σύλληψη δισδιάστατων γεωμετρικών σχημάτων, εξετάζει τη λειτουργική αντίληψη σχημάτων, μέσα από τη νοερή τροποποίηση των σχημάτων, από τα μικρά παιδιά, όπως είναι η σύνθεση, η αποσύνθεση και η αναδιαμόρφωση σχημάτων. Αυτές οι λειτουργίες στηρίζονται στην παρουσία γεωμετρικών μετασχηματισμών, δηλαδή στη μετατόπιση και περιστροφή του σχήματος, για τους οποίους τα παιδιά είναι σε θέση να αναπτύξουν αρχικές ιδέες (Sarama & Clements, 2009). Επιπλέον, τα έργα διαφοροποιούνται και ως προς την ύπαρξη εσωτερικών διαχωριστικών γραμμών, που αποτελούν οπτικές νύξεις για τα παιδιά και ενισχύουν τις αντιληπτικές τους ικανότητες (Sarama & Clements, 2009). Συνεπώς, η παρουσία και η απουσία τους διαφοροποιεί το βαθμό δυσκολίας.

Τα έργα του δοκιμίου διακρίνονται σε τέσσερα μέρη: (α) έργα αναγνώρισης σχημάτων σε συλλογές διακριτών σχημάτων (βλ. Πίνακα 1,α), (β) έργα αναγνώρισης «εμφανών» σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, όπως σχήματα των οποίων η επιφάνεια περικλείεται από δικά τους ευθύγραμμα τμήματα τα οποία δεν διαχωρίζονται και δεν συμπίπτουν με πλευρές άλλων σχημάτων, κυρτά ή συμμετρικά σχήματα, καθώς και σχήματα σε πρωτοτυπικές θέσεις (Sarama & Clements, 2009) (βλ. Πίνακα 1,β) και (γ) έργα αντιληπτικής διάκρισης «μη εμφανών» γεωμετρικών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις, όπως είναι σχήματα με πλευρές που συμπίπτουν ή αποτελούν μέρη ευθύγραμμων τμημάτων «εμφανών» σχημάτων στη σύνθεση ή μη κυρτά ή/και μη συμμετρικά σχήματα, καθώς και σχήματα σε μη πρωτοτυπικές θέσεις (Sarama & Clements, 2009) (βλ. Πίνακα 1,γ), (δ) έργα λειτουργικής σύλληψης του σχήματος και ειδικότερα μερεολογικής τροποποίησης, τα οποία περιλαμβάνουν έργα νοερής σύνθεσης, αποσύνθεσης και αναδιοργάνωσης των σχημάτων καθώς και έργα συμπλήρωσης μέρους της επιφάνειας γνωστού και άγνωστου γεωμετρικού σχήματος (βλ. Πίνακα 1,δ-ζ).

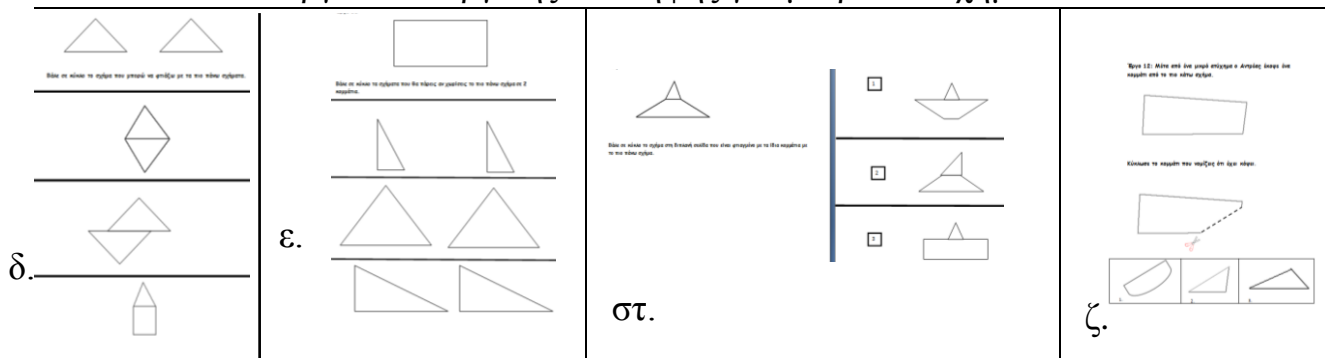
---

### Έργα αντιληπτικής σύλληψης γεωμετρικών σχημάτων

---



Έργα λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικών σχημάτων



**Πίνακας 1.** Έργα αναγνώρισης (α) σχήματος σε συλλογή διακριτών σχημάτων, (β) «εμφανούς» σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις, (γ) «μη εμφανούς» σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση και Έργα (δ) σύνθεσης με διαχωριστικές γραμμές και περιστροφή, (ε) αποσύνθεσης χωρίς διαχωριστικές γραμμές και περιστροφή, (στ) αναδιοργάνωσης με περιστροφή, (ζ) συμπλήρωσης αγνώστου σχήματος.

**Δείγμα και διαδικασία συλλογής δεδομένων**

Το δείγμα της έρευνας αποτελείται από 41 παιδιά προσχολικής ηλικίας (4 -5 χρονών) τα οποία φοιτούν σε Δημόσια και Ιδιωτικά νηπιαγωγεία της Κύπρου. Η χορήγηση του δοκιμίου έγινε σε δύο φάσεις από δύο ερευνητές σε ομάδες των τεσσάρων ατόμων. Η συμπλήρωση του δοκιμίου γινόταν ατομικά.

**Κριτήρια βαθμολόγησης των έργων και στατιστική ανάλυση**

Σε όλα τα έργα, κάθε ορθή απάντηση βαθμολογήθηκε με 1 ενώ κάθε λανθασμένη απάντηση με 0. Είναι σημαντικό να τονιστεί ότι κωδικοποιήθηκαν όλες οι λανθασμένες απαντήσεις των παιδιών, οι οποίες όμως δεν παρουσιάζονται στην παρούσα εργασία λόγω του περιορισμού στην έκταση του κειμένου. Η ανάλυση των δεδομένων έγινε με το στατιστικό πακέτο SPSS. Χρησιμοποιήθηκε η περιγραφική ανάλυση των δεδομένων, όπως επίσης και η σύγκριση των μέσων όρων με t-test.

**ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ**

**Αντιληπτική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος**

Η συνολική μέση επίδοση των παιδιών στα έργα αντιληπτικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος ήταν .54(SD=.10,min =.31,max =.72). Η μέση επίδοση των παιδιών στις επιμέρους πτυχές της αντιληπτικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος,

δηλαδή στην αναγνώριση σχήματος σε συλλογές διακριτών σχημάτων, καθώς και στην αναγνώριση εμφανούς και μη εμφανούς σχήματος σε γεωμετρικές συνθέσεις, παρουσιάζεται στον Πίνακα 2. Ψηλότερη είναι η επίδοση των παιδιών στα έργα αναγνώρισης γεωμετρικού σχήματος σε συλλογές διακριτών σχημάτων (μέση τιμή=.72, SD=.08, min =.55, max =.86). Στα έργα αναγνώρισης εμφανών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις τα παιδιά παρουσιάζουν χαμηλότερη επίδοση (μέση τιμή=.61, SD=.15, min =.00, max =1.00), ενώ αρκετά χαμηλότερη είναι η επίδοση των παιδιών στα έργα αναγνώρισης μη εμφανών σχημάτων σε γεωμετρικές συνθέσεις (μέση τιμή=.30, SD=.17, min =.00, max =.75).

	Έργα	N	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	t	p.
Ζεύγος 1	Αναγνώριση σχήματος : Σε συλλογή διακριτών σχημάτων-Μη εμφανούς σε γεωμετρική σύνθεση	41	.72	.08	15.28	.00*
			.30	.17		
Ζεύγος 2	Σε συλλογή διακριτών σχημάτων-Εμφανούς σε γεωμετρική σύνθεση	41	.72	.08	4.59	.00*
			.62	.15		
Ζεύγος 3	Μη εμφανούς σε γεωμετρική σύνθεση- Εμφανούς σε γεωμετρική σύνθεση	41	.30	.17	-10.42	.00*
			.61	.15		

### Πίνακας 2. Διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών ανάμεσα στις ομάδες έργων αντιληπτικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος

Σύμφωνα με τον Πίνακα 2, όλες οι επιμέρους πτυχές της αντιληπτικής σύλληψης σχήματος παρουσιάζουν μεταξύ τους στατιστικά σημαντικές διαφορές ( $p < .05$ ). Διαπιστώνεται επομένως ότι η αναγνώριση ενός σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση (βλ. Πίνακα 1,β-γ) έχει αυξημένο βαθμό δυσκολίας σε σχέση με την αναγνώριση ενός σχήματος σε συλλογή διακριτών σχημάτων. Επιπλέον, η δυσκολία αυξάνεται πολύ περισσότερο όταν το σχήμα προς αναγνώριση σε μια γεωμετρική σύνθεση δεν είναι εμφανές (βλ. Πίνακα 1,γ).

### Λειτουργική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος

Όσον αφορά τη λειτουργική σύλληψη του γεωμετρικού σχήματος, η συνολική μέση επίδοση των παιδιών ήταν .54 (SD=.15, min = .14, max = .79). Αναλυτικότερα, τα παιδιά παρουσίασαν την υψηλότερη επίδοση σε έργα αποσύνθεσης (μέση τιμή=.59, SD=.22, min = .13, max = .94) (βλ. Πίνακα 1,ε), ενώ η χαμηλότερη επίδοση παρουσιάστηκε σε έργα αναδιοργάνωσης (βλ. Πίνακα 1,στ) με τη μέση επίδοση να είναι ίση με .43 (SD=.18, min = .00, max = .75). Ψηλή παρουσιάστηκε να είναι η

μέση επίδοση των παιδιών σε έργα συμπλήρωσης σχήματος (βλ. Πίνακα 1,ζ) (μέση τιμή=.57, SD=.24, min = .00, max = 1.00) καθώς και στα έργα σύνθεσης (βλ. Πίνακα 1,δ) (μέση τιμή = .56, SD=.16, min = .25 max = .88). Οι διαφορές μεταξύ των τεσσάρων πτυχών της λειτουργικής σύλληψης δεν ήταν στατιστικά σημαντικές, με εξαίρεση τις διαφορές των έργων αναδιοργάνωσης σχήματος σε σχέση με τα έργα των υπόλοιπων πτυχών που παρουσιάστηκαν να είναι όλες τους στατιστικά σημαντικές ( $p < 0.05$ )

	Έργα	N	Μέση τιμή	Τυπική απόκλιση	t	p.
Ζεύγος 1	Σύνθεσης με: Γ και Π – Π και ΧΓ	41	.49 .45	.25 .40	.51	.61
Ζεύγος 2	Γ και Π – Γ και ΧΠ	41	.49 .67	.25 .25	-3.73	.00*
Ζεύγος 3	Γ και Π- ΧΓ και ΧΠ	41	.49 .62	.25 .30	-2.21	.03*
Ζεύγος 4	Π και ΧΓ – Γ και ΧΠ	41	.45 .67	.40 .25	-3.07	.00*
Ζεύγος 5	Π και ΧΓ – ΧΓ και ΧΠ	41	.45 .62	.40 .30	-2.07	.04*
Ζεύγος 6	Γ και ΧΠ ΧΓ και ΧΠ	41	.67 .62	.25 .30	.88	.38
Αποσύνθεσης με:						
Ζεύγος 7	Γ και Π- ΧΓ και Π	41	.66 .55	.28 .38	1.70	.09
Ζεύγος 8	Γ και Π- Γ και ΧΠ	41	.66 .63	.28 .28	.65	.52
Ζεύγος 9	Γ και Π- ΧΓ και ΧΠ	41	.66 .52	.28 .28	3.03	.00*
Ζεύγος 10	ΧΓ και Π- Γ και ΧΠ	41	.55 .63	.38 .28	-1.48	.15
Ζεύγος	ΧΓ και Π-	41	.55	.38	.51	.61

11	ΧΓ και ΧΠ		.52	.28		
Ζεύγος 12	Γ και ΧΠ – ΧΓ και ΧΠ	41	.63 .52	.28 .28	2.26	.03*
Ζεύγος 13	Αναδιοργάνωση Γ και Π Γ και ΧΠ	41	.45 .41	.25 .22	.94	.35
Ζεύγος 14	Συμπλήρωση Άγνωστου - Γνωστού σχημ.	41	.46 .68	.34 .25	-3.81	.00*

**Πίνακας 3.** Διαφορές στις επιδόσεις των παιδιών ανάμεσα στις ομάδες έργων λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικού σχήματος. Σημ.: (Γ=Διαχωριστικές Γραμμές, ΧΓ=Χωρίς διαχωριστικές γραμμές, Π=Περιστροφή, ΧΠ=Χωρίς Περιστροφή)

Όπως φαίνεται από τον Πίνακα 3, ο γεωμετρικός μετασχηματισμός της περιστροφής παρουσιάστηκε να προκαλεί δυσκολίες στα παιδιά στα έργα σύνθεσης, σε αντίθεση με τα έργα αποσύνθεσης που δεν αποτέλεσε την κυριότερη πηγή δυσκολίας. Συγκεκριμένα, στη διαδικασία της αποσύνθεσης σχήματος σε υποσχήματα τα παιδιά εμφανίστηκαν να δυσκολεύονται σε κάποια έργα όταν το σχήμα που επρόκειτο να αποσυνδεθεί δεν είχε εσωτερικές διαχωριστικές γραμμές και παρουσιάζοταν ως ένα ενιαίο σχήμα (βλ. Πίνακα 1,ε). Στα έργα συμπλήρωσης η οικειότητα των παιδιών με το σχήμα αποτέλεσε αιτία πρόκλησης δυσκολιών, εφόσον τα παιδιά παρουσιάστηκαν να δυσκολεύονται περισσότερο όταν καλούνταν να συμπληρώσουν ένα άγνωστο σχήμα (βλ. Πίνακα 1,ζ) παρά ένα σχήμα γνωστό σε αυτά.

### Διαφορές ανάμεσα στην αντιληπτική και λειτουργική σύλληψη γεωμετρικού σχήματος

Η ανάλυση των δεδομένων παρουσιάζει τα παιδιά να υπερέχουν ελάχιστα στα έργα αντιληπτικής σύλληψης (μέση τιμή= .54, SD= .10) σε σχέση με τα έργα λειτουργικής σύλληψης (μέση τιμή= .54, SD=.15). Εν τούτοις η διαφορά αυτή δεν είναι στατιστικά σημαντική.

Αντιληπτική σύλληψη  Λειτουργική σύλληψη	Αναγνώριση σχήματος σε συλλογή γεωμετρικών σχημάτων (M.O.= .72, T.A. =0.08)			Αναγνώριση εμφανούς σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση (M.O.=0.61, T.A.= 0.15)			Αναγνώριση μη εμφανούς σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση (M.O.=0.30, T.A.=0.17)		
	Διαφορά	t	p	Διαφορά	t	p	Διαφορά	t	p
Σύνθεση (M.O.=0.56, T.A.=0.16)	.16	5.70	.00*	.05	1.67	.10	-.26	-9.60	.00*

Αποσύνθεση (M.O.=0.59, T.A.=0.22)	.13	3.77	.00*	.02	.53	.60	-.29	-8.96	.00*
Αναδιοργάνωση (M.O.=.43, T.A.= 0.19)	.29	10.01	.00*	.18	5.01	.00*	-.13	-.466	.00*
Συμπλήρωση (M.O.=0.57, T.A.=0.2)	.15	3.91	.00*	.04	1.10	.29	-.27	-7.02	.00*

#### Πίνακας 4. Διαφορές ανάμεσα στις επιδόσεις των παιδιών στην αντιληπτική σύλληψη και στη λειτουργική σύλληψη γεωμετρικών σχημάτων

Ο πίνακας 4 παρουσιάζει τις διαφορές ανάμεσα στις επιμέρους πτυχές της αντιληπτικής και λειτουργικής σύλληψης. Η επιτυχία των παιδιών στην αναγνώριση σχημάτων σε συλλογές από διακριτά γεωμετρικά σχήματα φαίνεται να είναι σημαντικά μεγαλύτερη από την επιτυχία τους σε όλες τις κατηγορίες έργων λειτουργικής σύλληψης. Αυτό δεν φαίνεται να ισχύει για τις άλλες πτυχές της αντιληπτικής σύλληψης. Η επίδοση των παιδιών στην αναγνώριση εμφανών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση είναι σημαντικά ψηλότερη μόνο σε σχέση με την αναδιοργάνωση σχημάτων, ενώ η επίδοσή τους στην αναγνώριση μη εμφανών σχημάτων σε γεωμετρική σύνθεση είναι σημαντικά χαμηλότερη σε σύγκριση με όλες τις κατηγορίες έργων της λειτουργικής σύλληψης. Τα αποτελέσματα αυτά εγείρουν έντονα ερωτήματα όσον αφορά τη σχέση των διαδικασιών που ενεργοποιούν τα παιδιά στα έργα αυτά.

## ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Η έρευνα αυτή ενισχύει απόψεις άλλων ερευνητών (π.χ. Sarama & Clements, 2009) που τονίζουν ότι η κατάκτηση των πτυχών της αντιληπτικής και λειτουργικής σύλληψης γεωμετρικών σχημάτων είναι μια αναπτυξιακή διαδικασία.

Συγκεκριμένα, στα έργα της αντιληπτικής σύλληψης παρουσιάστηκε μια κλίμακα δυσκολίας κατατάσσοντας τα έργα αναγνώρισης σε γεωμετρική συλλογή ως την ευκολότερη πτυχή, ενώ την αναγνώριση μη εμφανούς σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση, ως τη δυσκολότερη πτυχή. Συνεπώς, ο βαθμός διάκρισης ενός σχήματος σε μια γεωμετρική σύνθεση αποτελεί την πιο σημαντική παράμετρο δυσκολίας στα έργα αντιληπτικής κατανόησης. Η δυσκολία αυτή θα μπορούσε να ερμηνευθεί από το γεγονός ότι η ικανότητα να διαβάσει ένα παιδί ένα τέτοιο διάγραμμα δεν περιορίζεται μόνο στις αντιληπτικές του ικανότητες, αλλά απαιτεί τη δημιουργία μίας αλληλοσυσχέτισης ανάμεσα στις αντιληπτικές του ικανότητες και στην αφαιρετική του σκέψη (Yakimanskaya, 1970).

Όσον αφορά τις τέσσερις πτυχές της λειτουργικής κατανόησης, η στατιστική ανάλυση παρουσίασε την αναδιοργάνωση σχήματος να είναι μια από τις πιο απαιτητικές πτυχές της λειτουργικής κατανόησης για τα παιδιά. Αυτό, ίσως οφείλεται στο ότι η πτυχή αυτή επιβάλλει την ανάγκη για δημιουργία, διατήρηση και χειρισμό



της νοερής εικόνας ενός σχήματος και δημιουργίας μιας νέας στην οποία θα συνδυάζονται τα υποσχήματα που το συναποτελούν (Sarama & Clements, 2009).

Παρόλα αυτά, στατιστικά σημαντικές διαφορές παρουσιάστηκαν εντός των ομάδων έργων που αφορούσαν την κάθε πτυχή της λειτουργικής κατανόησης. Διαφορετικοί παράμετροι εμφανίστηκαν να διαφοροποιούν το βαθμό δυσκολίας σε κάθε ομάδα έργων της λειτουργικής κατανόησης. Στα έργα σύνθεσης η περιστροφή παρουσιάστηκε να δυσκολεύει τα παιδιά. Όπως αναφέρουν οι Sarama και Clements (2009), για τη σύνθεση σχημάτων η ενστικτωδώς αναγνώριση ενός σχήματος που ανήκει σε μια σύνθεση με την ενεργοποίηση αντιληπτικών διαδικασιών είναι σαφώς μια ευκολότερη στρατηγική και λιγότερο απαιτητική, από ένα έργο σύνθεσης στο οποίο απαιτούνται γεωμετρικοί μετασχηματισμοί. Όμοια, και στα έργα αποσύνθεσης, η αποσύνθεση σχημάτων με εσωτερικές γραμμές φάνηκε να έχει μικρότερο βαθμό δυσκολίας σε σύγκριση με τα αντίστοιχα έργα στα οποία η γεωμετρική σύνθεση που επρόκειτο να διασπαστεί παρουσιαζόταν ενιαία λόγω της απουσίας εσωτερικών διαχωριστικών γραμμών. Σημαντικές δυσκολίες παρουσίασαν και τα έργα συμπλήρωσης σχήματος, ιδιαίτερα τα έργα που αφορούσαν την συμπλήρωση άγνωστου σχήματος. Η δυσκολία αυτή αναδεικνύει τον περιορισμό που προσφέρει η τρέχουσα μορφή διδασκαλίας που δέχονται τα παιδιά, εφόσον προωθεί την παραγωγή γνώσης σε συγκεκριμένα τετράπλευρα σχήματα, χωρίς να αποσκοπεί σε οπτικές δεξιότητες χρήσιμες και μεταφέρσιμες σε διαφορετικά πλαίσια.

Η εξέταση των διαφορών ανάμεσα στους δύο τύπους σύλληψης σχημάτων ανέδειξε τα έργα αναγνώρισης σχήματος σε συλλογή γεωμετρικών σχημάτων ως την ευκολότερη πτυχή της γεωμετρικής κατανόησης. Ωστόσο, η αναγνώριση εμφανούς σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση δεν παρουσίασε σημαντικές διαφορές με τα έργα σύνθεσης, αποσύνθεσης και συμπλήρωσης. Το γεγονός αυτό ίσως να οφείλεται στο ότι και οι τέσσερις ομάδες έργων ενεργοποιούν παρόμοιες νοερές διαδικασίες για τη δημιουργία και διατήρηση μιας γεωμετρικής δομής. Δυσκολότερη όμως και από τα έργα λειτουργικής σύλληψης παρουσιάστηκε να είναι για τα παιδιά η αναγνώριση μη εμφανούς σχήματος σε γεωμετρική σύνθεση. Μια πιθανή ερμηνεία που θα μπορούσε να δοθεί είναι ότι, ενώ στα έργα λειτουργικής σύλληψης το παιδί καλείται να μετασχηματίσει νοερά μια γεωμετρική δισδιάστατη δομή σε μια άλλη δισδιάστατη δομή, στην ομάδα αυτή των έργων, η οποία συχνά απαιτεί τη νοερή αποδόμηση του σχήματος (δισδιάστατο) στα ευθύγραμμα τμήματα (μονοδιάστατα) που το αποτελούν, το παιδί δέχεται ισχυρά εμπόδια είτε από την τάση του να διατηρήσει νοερά την αρχική δισδιάστατη γεωμετρική δομή είτε από τα ευθύγραμμα τμήματα που παρεμβαίνουν στη συνέχεια της επιφάνειας του σχήματος (Gestalt theory-continuity).

Είναι φανερό, λοιπόν, ότι τόσο μέσα από έργα λειτουργικής σύλληψης σχημάτων (Duvall, 2005) όσο και μέσα από έργα αντιληπτικής σύλληψης σχημάτων, καθώς και μέσα από τη μεταξύ τους συσχέτιση, μπορούμε να πάρουμε πολύτιμες πληροφορίες για τις γεωμετρικές ικανότητες και δυσκολίες των παιδιών προσχολικής ηλικίας. Παρόλα αυτά, το μικρό δείγμα δεν επιτρέπει τη γενίκευση των αποτελεσμάτων,

εντείνοντας με αυτό τον τρόπο την ανάγκη για περαιτέρω εξέταση της γεωμετρικής κατανόησης σχημάτων, αλλά και των υφιστάμενων περιοχών της γεωμετρίας που προσεγγίζονται στην προσχολική εκπαίδευση. Είναι σημαντικό τα μικρά παιδιά να έχουν εξελικτικά κατάλληλες εμπειρίες που θα οδηγήσουν στην ανάπτυξη θετικών πεποιθήσεων για τα μαθηματικά (Bohning, Kosack & Althouse, 1997)

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΚΕΣ ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Bohning, G., Kosack, J., & Althouse, I. (1997). Using Tangrams to Teach Geometry to Young Children. *Early Childhood Education Journal*, Vol 24, No. 4: 239-242.
- Duval, R. (1995). Geometrical Pictures: Kinds of representation and specific processes. In R. Sutherland & J. Mason (Eds.), *Exploiting mental imagery with computers in mathematical education* (pp. 142- 157). Berlin: Springer.
- Duval, R.(1999).Representation, vision and visualization: Cognitive functions in mathematical thinking. *Basic Issues for learning*. Retrieved from ERIC ED 466 379.
- Duval, R.(2005).Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie:développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 10, 5-53.
- Sarama, J., & Clements, D. H.(2009).*Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York: Routledge.
- Yakimanskaya, J.S.(1970).Some Features of Mental Activity Revealed in Reading a Diagram. In Kilpatrick, J. & Wirszup, I.(Eds.)*Soviet Studies in the Psychology of Learning and Teaching Mathematics. Problem Solving in Geometry*. Vol. 4. Chicago:University of Chicago Press.